Journal of Earth Science, Astronomy and Space
Vol. 5 No. 1 ISSN 2673-0480 (Online)

Received: September 15, 2022 Revised: October 10, 2022
Accepted: October 14, 2022 Published: November 21, 2022

การศึกษาพฤติกรรมของประจุไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมเสมือนภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร

The studying the behavior of the electric charge, electric field, and electric potential of the virtual-conductor under the volume charge density

อาทิตย์ หู้เต็ม[1] และ ณัฐณิชา มะสูงเนิน[2*]
Artit Hutem[1] and Nutnicha Masoongnoen[2]

[1] สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์
[2] ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์
[*] thdgam@gmail.com

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ คณะผู้จัดทำได้ศึกษากลุ่มอนุภาคประจุไฟฟ้าที่ฉาบลงบนผิวฉนวนทรงกลม โดยสร้างแบบจำลองฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์ของความหนาแน่นของประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรขึ้นมา 4 ชนิด ได้ผลลัพธ์เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างประจุไฟฟ้ากับระยะทาง, กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้ากับระยะทาง และกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างศักย์ไฟฟ้ากับระยะทาง โดยแต่ละกราฟความสัมพันธ์จะให้ผลลัพธ์ออกมา 2 ลักษณะพบว่าเลขชี้กำลังของ r_σ แปรผันตรงกับแอมพลิจูดการสั่นของประจุไฟฟ้า แต่แปรผกผันกับความถี่การสั่นของสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้า ในขณะที่ค่าคงที่ ω_f แปรผันตรงกับความถี่ของประจุไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้า แต่แปรผกผันกับความยาวคลื่น และแอมพลิจูดการสั่นของประจุไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้า

คำสำคัญ: ประจุไฟฟ้า, สนามไฟฟ้า, ศักย์ไฟฟ้า, ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร

Abstract

In this study, we calculated 4 volume electric densities in polynomial and trigonometry form to see the effects of the oscillation of charge, electric field, and electric potential. We investigate the relation between the electric charge - the distance, the electric field - the distance, and the electric potential – distance. The results show that the exponent of the variable affects the oscillation of electric charge, electric field, and electric potential. The value of variable exponent is directly related to the amplitude of charge oscillation, electric field oscillation, and potential oscillation. However, the calculated results show the inversely proportional to the

frequency of charge oscillation, electric field oscillation, and potential oscillation. Another result gives that in each volume electric density, ω_f constant is directly related to the frequency of charge oscillation, electric field oscillation, and potential oscillation. But inversely to the wavelength and the oscillate amplitude of charge, electric field, and potential.

Keywords: electric charge, electric field, electric potential, volume charge density

บทนำ

งานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาพฤติกรรมอนุภาคประจุไฟฟ้าที่กระจายตัวอยู่ใกล้กันมาก เมื่อเปรียบเทียบกับระยะทาง r_σ เมตร ที่อนุภาคประจุกลุ่มนั้นห่างจากตำแหน่งที่ใช้ในการพิจารณาหาค่าสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้า โดยคณะผู้จัดทำพิจารณาอนุภาคประจุไฟฟ้าเป็นกลุ่มประจุไฟฟ้าที่เป็นฟังก์ชันแบบต่อเนื่อง โดยกลุ่มประจุดังกล่าวมีการกระจายตัวรอบพื้นผิวฉนวนทรงกลมแบบสมมาตรภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร ในหนังสือฟิสิกส์ 3 ของสมพงษ์ ใจดี (2543) ได้อธิบายลักษณะของความหนาแน่นประจุเชิงปริมาตรเป็นแบบฟังก์ชันที่ขึ้นอยู่กับแนวรัศมีของตัวนำทรงกลมเท่านั้น และงานวิจัยของ Masoongnoen N. และคณะ (2021) ได้แสดงวิธีการคำนวณหาประจุไฟฟ้าภายใต้ความหนาแน่นเชิงเส้นเป็นฟังก์ชันไซน์ ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้แสดงวิธีการคำนวณหาประจุไฟฟ้าภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร นำสู่การทำเป็นสื่อการเรียนการสอนในรายวิชา ฟิสิกส์ 2 เรื่อง กฎเกาส์ และเรื่องศักย์ไฟฟ้าที่ขึ้นอยู่กับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho(r_\sigma)$ และรายวิชาแม่เหล็กไฟฟ้า ต่อไปผู้วิจัยจะนำงานวิจัยนี้มาทำสื่อการเรียนการสอน โดยใช้ภาษาไพธรอนในการสร้างแบบจำลองวิถีของการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนนั้นอาจเป็นการสั่นภายในตัวนำทรงกลมเสมือนนั้นซึ่งความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรได้แสดงออกโดยฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็นฟังก์ชันไซน์ต่อไป

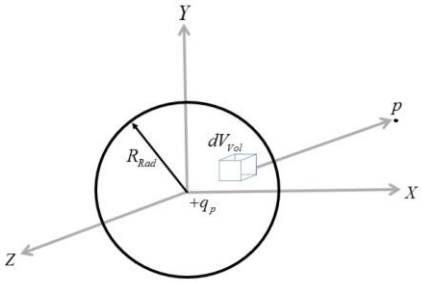
วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อคำนวณและการศึกษาพฤติกรรมของประจุไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้าของตัวนำทรงกลมเสมือนภายใต้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร

วิธีการดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้พิจารณาความหนาแน่นของประจุไฟฟ้า 4 รูปแบบ คือ $\rho_1(r_\sigma)$, $\rho_2(r_\sigma)$, $\rho_3(r_\sigma)$ และ $\rho_4(r_\sigma)$ ที่ขึ้นอยู่กับระยะทางที่ใช้ในการหาค่าสนามไฟฟ้า (E_p) และศักย์ไฟฟ้า (V_p) เป็นระยะ r_σ เมตร ในรูปฟังก์ชันพหุนามและตรีโกณมิติ เพื่อวิเคราะห์ประจุไฟฟ้าวงปิด สนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้าบนผิวฉนวนทรงกลมรัศมี R_{rad} ที่ถูกฉาบด้วยประจุไฟฟ้ากระจายตัวอย่างสม่ำเสมอทั่วผิวปิด จนมีพฤติกรรมเป็นตัวนำเสมือนทรงกลม ซึ่งอยู่บนระนาบพิกัดฉาก XYZ ที่มีจุด O เป็นจุดศูนย์กลาง (Lorrain, P. and Corson, D. R., 1972)

ในระบบนี้ คณะผู้จัดทำจะพิจารณาปริมาตรการกระจายตัวของอนุภาคประจุไฟฟ้าดังรูปที่ 1



รูปที่1 ตัวนำไฟฟ้าทรงกลมเสมือน ประจุ q_p คูลอมบ์ในระบบพิกัดฉาก XYZ

จากรูปด้านบน ผู้วิจัยได้คำนวณหาปริมาณอนุภาคประจุวงปิดทั้งหมดที่กระจายตัวอยู่บริเวณจุด P ได้ จากความสัมพันธ์ของประจุไฟฟ้ากับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร (Thongsit, N. et.al., 2019) ในสมการที่ (1) ด้านล่าง

$$q_p = \int \rho(r_\sigma).\, dV_{vol} \tag{1}$$

กล่าวคือ q_p เป็นค่าของอนุภาคประจุไฟฟ้าน้อยยิ่งที่บริเวณจุด P โดยทางคณะผู้จัดทำกำหนดให้ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho(r_\sigma)$ ขึ้นอยู่กับระยะที่ใช้ในการหาค่าสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้า (r_σ) โดยใช้สมการความสัมพันธ์ระหว่างประจุไฟฟ้าวงปิด (q_p) กับระยะทางน้อยยิ่ง ซึ่งกำหนดให้ระยะทางเริ่มต้นจากจุดศูนย์กลางทรงกลมตัวนำเสมือนเป็น $R_{rad} = 0$ ดังนั้นจากสมการที่ (1) จะได้ว่า

$$q_p = \int_0^{R_{rad}} 4\pi\, \rho(r_\sigma)\, r_\sigma^2\, dr_\sigma \tag{2}$$

ในงานวิจัยนี้ ทางคณะผู้จัดทำกำหนดสมการของความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรในรูปของฟังก์ชันพหุนามและตรีโกณมิติ 4 รูปแบบ (Masoongnoen, N. et.al., 2021) โดยพิจารณากรณีที่ปริมาตรของประจุไฟฟ้ากระจายตัวอย่างสม่ำเสมอรอบตัวนำทรงกลมเสมือน ซึ่งเป็นไปตามกฎของเกาส์

$$\rho_1(r_\sigma) = C_{con} r_\sigma \sin(\omega_f r_\sigma) \tag{3}$$

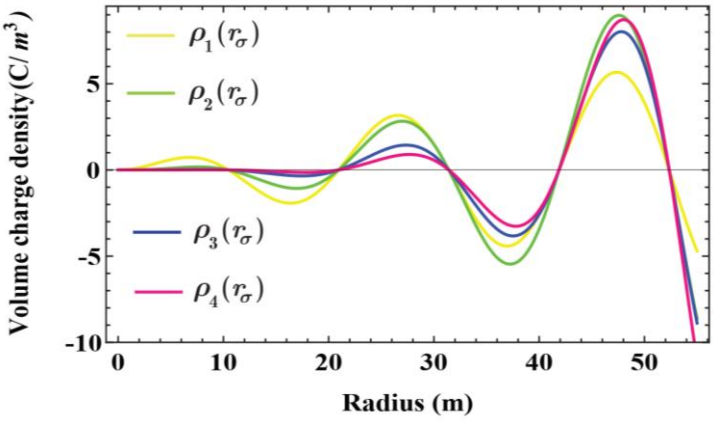
$$\rho_2(r_\sigma) = C_{con} r_\sigma^2 \sin(\omega_f r_\sigma) \tag{4}$$

$$\rho_3(r_\sigma) = C_{con} r_\sigma^3 \sin(\omega_f r_\sigma) \tag{5}$$

และ

$$\rho_4(r_\sigma) = C_{con} r_\sigma^4 \sin(\omega_f r_\sigma) \tag{6}$$

โดยที่ C_{con} เป็นค่าคงที่ (Zuo, F., 2014), ω_f เป็นพารามิเตอร์ที่เพิ่มจำนวนลูกคลื่นของความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรฟังก์ชันไซน์ ดังรูปที่ 2



รูปที่ 2 แสดงกราฟของความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรที่เป็นฟังก์ชันไซน ทั้ง 4 แบบ

ในสมการที่ (3) ถึงสมการที่ (6) ซึ่งอิเล็กตรอนที่ฉาบบนฉนวนกลายเป็นตัวนำทรงกลมเสมือนนั้น วิถีของการเคลื่อนที่ของอิเล็กตรอนนั้นอาจเป็นการสั่นภายในตัวนำทรงกลมเสมือนนั้นซึ่งความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรได้แสดงออกโดยฟังก์ชันตรีโกณมิติเป็นฟังก์ชันไซน์ จากสมการที่ (3) ถึง (6) สามารถคำนวณหาอนุภาคประจุไฟฟ้าวงปิดรอบพื้นผิวตัวนำทรงกลมเสมือนได้ โดยการ แทนค่าลงในสมการที่ (2) และโดยใช้เทคนิคการอินทิเกรตแบบทีละส่วน ซึ่งในงานวิจัยนี้ทางคณะผู้จัดทำต้องการหาค่าประจุไฟฟ้าวงปิดที่ขึ้นอยู่กับระยะทางจากจุดศูนย์กลางทรงกลม q_p ดังนั้น

$$q_{p1} = 4\pi C_{con}\left[\frac{-R_{rad}^3}{\omega_f}\mathrm{Cos}(\omega_f R_{rad}) + \frac{3R_{rad}^2}{\omega_f^2}Sin(\omega_f R_{rad}) + \frac{6R_{rad}}{\omega_f^3}Cos(\omega_f R_{rad}) - \frac{6}{\omega_f^4}Sin(\omega_f R_{rad})\right] \quad (7)$$

$$q_{p2} = 4\pi C_{con}\left[\frac{-R_{rad}^4}{\omega_f}\mathrm{Cos}(\omega_f R_{rad}) + \frac{4R_{rad}^3}{\omega_f^2}Sin(\omega_f R_{rad}) + \frac{12R_{rad}^2}{\omega_f^3}Cos(\omega_f R_{rad}) - \frac{24R_{rad}}{\omega_f^4}Sin(\omega_f R_{rad})\right.$$
$$\left. - \frac{24}{\omega_f^5}Cos(\omega_f R_{rad}) + \frac{24}{\omega_f^5}\right] \quad (8)$$

$$q_{p3} = 4\pi C_{con}\left[\frac{-R_{rad}^5}{\omega_f}\mathrm{Cos}(\omega_f R_{rad}) + \frac{5R_{rad}^4}{\omega_f^2}Sin(\omega_f R_{rad}) + \frac{20R_{rad}^3}{\omega_f^3}Cos(\omega_f R_{rad}) - \frac{60R_{rad}^2}{\omega_f^4}Sin(\omega_f R_{rad})\right.$$
$$\left. - \frac{120R_{rad}}{\omega_f^5}Cos(\omega_f R_{rad}) + \frac{120R_{rad}}{\omega_f^6}Sin(\omega_f R_{rad})\right] \quad (9)$$

$$q_{p4} = 4\pi C_{con}\left[\frac{-R_{rad}^6}{\omega_f}\mathrm{Cos}(\omega_f R_{rad}) + \frac{6R_{rad}^5}{\omega_f^2}Sin(\omega_f R_{rad}) + \frac{30R_{rad}^4}{\omega_f^3}Cos(\omega_f R_{rad}) - \frac{120R_{rad}^3}{\omega_f^4}Sin(\omega_f R_{rad})\right.$$
$$\left. - \frac{360R_{rad}^2}{\omega_f^5}Cos(\omega_f R_{rad}) + \frac{720R_{rad}}{\omega_f^6}Sin(\omega_f R_{rad}) + \frac{720}{\omega_f^7}Cos(\omega_f R_{rad}) + \frac{720}{\omega_f^7}\right] \quad (10)$$

จากสมการที่ (7) ถึง (10) เป็นประจุไฟฟ้าวงปิดทั้ง 4 รูปแบบที่เป็นผลเฉลยมาจากสมการรูปแบบของความหนาแน่นประจุเชิงปริมาตรทั้ง 4 รูปแบบ ทั้งนี้เพื่อให้สามารถอธิบายผลลัพธ์ของการวิเคราะห์พฤติกรรมของประจุไฟฟ้าวงปิดได้ ทางคณะผู้จัดทำจึงนำเข้าข้อมูลที่คำนวณได้ลงในโปรแกรมการคำนวณเพื่อพล็อตออกมาเป็นกราฟ

ความสัมพันธ์ระหว่างประจุไฟฟ้าวงปิดกับระยะทางดังรูปที่ 2 ซึ่งผู้วิจัยได้แบ่งการศึกษาออกเป็น 2 กรณี กรณีที่ 1) ให้ประจุไฟฟ้าวงปิดขึ้นอยู่กับค่าคงที่ C_{con} และกรณีที่ 2) ให้ประจุไฟฟ้าวงปิดขึ้นอยู่กับค่าคงที่ ω_f โดยในกรณีแรกนั้นสามารถอธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ได้เป็นตารางดังตารางที่ 1 และ 2 ตามลำดับ ซึ่งตัวแปรต้น, ตัวแปรตาม, และตัวแปรควบคุมตามตารางที่1 นั้นผู้วิจัยจะนำไปพล๊อตกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างประจุไฟฟ้ากับระยะทางของรัศมีตัวนำทรงกลมเสมือน

ตารางที่1 แจกแจงตัวแปรจากสมการประจุไฟฟ้าข้างต้น

ตัวแปรต้น	ตัวแปรตาม	ตัวแปรควบคุม
$C_{con}=1.55\times10^{-4}\ a.u.$ $C_{con}=1.25\times10^{-5}\ a.u.$ $C_{con}=0.85\times10^{-6}\ a.u.$ $C_{con}=0.85\times10^{-7}\ a.u.$	ประจุไฟฟ้าวงปิด (q_p) มีหน่วยคูลอมบ์	ระยะทางจากจุกศูนย์กลางทรงกลมตัวนำเสมือน (R_{rad}) ระยะทางที่ในการหาค่าสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้า (r_{σ}) ค่าคงที่ (ω_f)

ตารางที่1a แจกแจงตัวแปรจากสมการประจุไฟฟ้าข้างต้น กรณีที่ประจุไฟฟ้าวงปิดขึ้นอยู่กับค่าคงที่ C_{con}

ตัวแปรต้น	ตัวแปรตาม	ตัวแปรควบคุม
$\omega_f=1.2\ a.u.$ $\omega_f=1.4\ a.u.$ $\omega_f=1.6\ a.u.$ $\omega_f=1.8\ a.u.$	ประจุไฟฟ้าวงปิด (q_p) มีหน่วยคูลอมบ์	ระยะทางจากจุกศูนย์กลางทรงกลมตัวนำเสมือน (R_{rad}) ระยะทางที่ในการหาค่าสนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้า (r_{σ}) ค่าคงที่ (C_{con})

ตารางที่1b แจกแจงตัวแปรจากสมการประจุไฟฟ้าข้างต้น กรณีที่ประจุไฟฟ้าวงปิดขึ้นอยู่กับค่าคงที่ ω_f

ตารางข้างบนจะนำมาพิจารณาในขั้นตอนถัดไปเพื่อหาค่าและพิจารณาสนามไฟฟ้า ที่เป็นผลมาจากความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรในสมการที่ (3)-(6) โดยทางคณะผู้จัดทำสามารถคำนวณหาค่าสนามไฟฟ้าได้ โดยอาศัยสมการประจุไฟฟ้าวงปิดจากสมการที่ (7)-(10) และกฎของเกาส์ในการคำนวณและกำหนดทรงกลมสมมติ

$$\oint E_p \bullet dl = \frac{q_p}{\varepsilon_0} = E_p\left(4\pi R_{rad}^2\right) \tag{11}$$

เนื่องจากใช้กฎของเกาส์ในการกำหนดทรงกลมสมมติและการคำนวณ ทางคณะผู้จัดทำจึงเลือกศึกษาในกรณีที่รัศมีของทรงกลมสมมติ R_{sf} มีขนาดน้อยกว่ารัศมีของทรงกลมตัวนำเสมือน $\left(R_{sf} < R_{rad}\right)$ ทำให้ผลเฉลยของสนามไฟฟ้าสามารถคำนวณได้ออกมาเป็นดังสมการ (12)-(15)

$$E_{p1} = \frac{C_{con}}{R_{sf}^2 \varepsilon_0}\left[\frac{-R_{rad}^3}{\omega_f}\mathrm{Cos}(\omega_f R_{rad}) + \frac{3R_{rad}^2}{\omega_f^2} Sin(\omega_f R_{rad}) + \frac{6R_{rad}}{\omega_f^3} Cos(\omega_f R_{rad}) - \frac{6}{\omega_f^4} Sin(\omega_f R_{rad})\right] \quad (12)$$

$$E_{p2} = \frac{C_{con}}{R_{sf}^2 \varepsilon_0}\left[\frac{-R_{rad}^4}{\omega_f}\mathrm{Cos}(\omega_f R_{rad}) + \frac{4R_{rad}^3}{\omega_f^2} Sin(\omega_f R_{rad}) + \frac{12R_{rad}^2}{\omega_f^3} Cos(\omega_f R_{rad}) - \frac{24R_{rad}}{\omega_f^4} Sin(\omega_f R_{rad})\right.$$
$$\left. - \frac{24}{\omega_f^5} Cos(\omega_f R_{rad}) + \frac{24}{\omega_f^5}\right] \quad (13)$$

$$E_{p3} = \frac{C_{con}}{R_{sf}^2 \varepsilon_0}\left[\frac{-R_{rad}^5}{\omega_f}\mathrm{Cos}(\omega_f R_{rad}) + \frac{5R_{rad}^4}{\omega_f^2} Sin(\omega_f R_{rad}) + \frac{20R_{rad}^3}{\omega_f^3} Cos(\omega_f R_{rad}) - \frac{60R_{rad}^2}{\omega_f^4} Sin(\omega_f R_{rad})\right.$$
$$\left. - \frac{120R_{rad}}{\omega_f^5} Cos(\omega_f R_{rad}) + \frac{120R_{rad}}{\omega_f^6} Sin(\omega_f R_{rad})\right] \quad (14)$$

$$E_{p4} = \frac{C_{con}}{R_{sf}^2 \varepsilon_0}\left[\frac{-R_{rad}^6}{\omega_f}\mathrm{Cos}(\omega_f R_{rad}) + \frac{6R_{rad}^5}{\omega_f^2} Sin(\omega_f R_{rad}) + \frac{30R_{rad}^4}{\omega_f^3} Cos(\omega_f R_{rad}) - \frac{120R_{rad}^3}{\omega_f^4} Sin(\omega_f R_{rad})\right.$$
$$\left. - \frac{360R_{rad}^2}{\omega_f^5} Cos(\omega_f R_{rad}) + \frac{720R_{rad}}{\omega_f^6} Sin(\omega_f R_{rad}) + \frac{720}{\omega_f^7} Cos(\omega_f R_{rad}) + \frac{720}{\omega_f^7}\right] \quad (15)$$

เราสามารถอธิบายความหมายและผลพฤติกรรมของสนามไฟฟ้าทั้ง 4 รูปแบบนี้ได้จากการพล็อตกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้ากับรัศมีตัวนำทรงกลมเสมือน ดังรูปที่ 3 โดยทางคณะผู้จัดทำได้ทำการแบ่งกรณีศึกษาพฤติกรรมของสนามไฟฟ้าที่มีผลมาจากความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรทั้ง 4 รูปแบบ ออกเป็น 2 กรณี ได้แก่ สนามไฟฟ้าที่ขึ้นอยู่กับค่าคงที่ C_{con} และ ω_f สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ได้เป็นตารางดังตารางที่ 2 ซึ่งตัวแปรต้น, ตัวแปรตาม, และตัวแปรควบคุมตามตารางที่ 2 นั้นผู้วิจัยจะนำไปพล๊อตกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ประจุไฟฟ้ากับระยะทางของรัศมีตัวนำทรงกลมเสมือน

ตารางที่2 แจกแจงตัวแปรจากสมการสนามไฟฟ้าข้างต้น

ตัวแปรต้น	ตัวแปรตาม	ตัวแปรควบคุม
$C_{con} = 0.1\times10^{-10} a.u.$	สนามไฟฟ้า (E_p) มีหน่วย	ระยะทางจากจุดศูนย์กลางทรงกลม
$C_{con} = 0.1\times10^{-11} a.u.$	N/C	ตัวนำเสมือน (R_{rad})
$C_{con} = 0.1\times10^{-12} a.u.$		รัศมีของทรงกลมสมมติ (R_{sf})
$C_{con} = 0.1\times10^{-13} a.u.$		ค่าความซึมซาบได้ของสุญญากาศ (ε_0)
		ค่าคงที่ (ω_f)

ตารางที่2a แจกแจงตัวแปรจากสมการสนามไฟฟ้าข้างต้น กรณีที่สนามไฟฟ้าขึ้นอยู่กับค่าคงที่ C_{con}

ตัวแปรต้น	ตัวแปรตาม	ตัวแปรควบคุม
$\omega_f = 2.4\ a.u.$	สนามไฟฟ้า (E_p)มีหน่วย	ระยะทางจากจุกศูนย์กลางทรงกลม
$\omega_f = 2.6\ a.u.$	N/C	ตัวนำเสมือน (R_{rad})
$\omega_f = 2.8\ a.u.$		รัศมีของทรงกลมสมมติ (R_{sf})
$\omega_f = 3.0\ a.u.$		ค่าความซึมซาบได้ของสุญญากาศ(ε_0)
		ค่าคงที่ (C_{con})

ตารางที่2b แจกแจงตัวแปรจากสมการสนามไฟฟ้าข้างต้น กรณีที่สนามไฟฟ้าขึ้นอยู่กับค่าคงที่ ω_f

ดังนั้น เราสามารถพิจารณาสนามไฟฟ้าโดยใช้สมการ (12)-(15) มาใช้ในการนำเข้าข้อมูลเพื่อพล็อตออกมาเป็นกราฟความสัมพันธ์เพื่อใช้ในการอธิบายต่อไป ซึ่งจากความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้ากับศักย์ไฟฟ้า เราพบว่าสนามไฟฟ้ามีความสัมพันธ์กับเกรเดียนของศักย์ของตัวนำเสมือน ดังสมการที่ (16)

$$E_p = -\nabla V_p = -\frac{dV_p}{dR_{rad}} \tag{16}$$

โดยสามารถเขียนจัดรูปสมการให้ศักย์ไฟฟ้า (V_p) อยู่ในรูปปริภูมิของสนามไฟฟ้า,

$$-V_p = \int_0^{R_{sf}} E_p \, dR_{rad} \tag{17}$$

ดังนั้น ผลเฉลยของศักย์ไฟฟ้าในแต่ละรูปแบบสามารถเขียนได้ว่า

$$V_{p1} = \frac{C_{con}}{R_{sf}\varepsilon_0}\left[\frac{-R_{rad}^3}{\omega_f}\mathrm{Cos}(\omega_f R_{rad}) + \frac{3R_{rad}^2}{\omega_f^2}Sin(\omega_f R_{rad}) + \frac{6R_{rad}}{\omega_f^3}Cos(\omega_f R_{rad}) - \frac{6}{\omega_f^4}Sin(\omega_f R_{rad})\right] \tag{18}$$

$$V_{p2} = \frac{C_{con}}{R_{sf}\varepsilon_0}\left[\frac{-R_{rad}^4}{\omega_f}\mathrm{Cos}(\omega_f R_{rad}) + \frac{4R_{rad}^3}{\omega_f^2}Sin(\omega_f R_{rad}) + \frac{12R_{rad}^2}{\omega_f^3}Cos(\omega_f R_{rad}) - \frac{24R_{rad}}{\omega_f^4}Sin(\omega_f R_{rad})\right.$$
$$\left. - \frac{24}{\omega_f^5}Cos(\omega_f R_{rad}) + \frac{24}{\omega_f^5}\right] \tag{19}$$

$$V_{p3} = \frac{C_{con}}{R_{sf}\varepsilon_0}\left[\frac{-R_{rad}^5}{\omega_f}\mathrm{Cos}(\omega_f R_{rad}) + \frac{5R_{rad}^4}{\omega_f^2}Sin(\omega_f R_{rad}) + \frac{20R_{rad}^3}{\omega_f^3}Cos(\omega_f R_{rad}) - \frac{60R_{rad}^2}{\omega_f^4}Sin(\omega_f R_{rad})\right.$$
$$\left. - \frac{120R_{rad}}{\omega_f^5}Cos(\omega_f R_{rad}) + \frac{120R_{rad}}{\omega_f^6}Sin(\omega_f R_{rad})\right] \tag{20}$$

$$V_{p4} = \frac{C_{con}}{R_{sf}\varepsilon_0}\left[\frac{-R_{rad}^6}{\omega_f}\mathrm{Cos}(\omega_f R_{rad}) + \frac{6R_{rad}^5}{\omega_f^2}Sin(\omega_f R_{rad}) + \frac{30R_{rad}^4}{\omega_f^3}Cos(\omega_f R_{rad}) - \frac{120R_{rad}^3}{\omega_f^4}Sin(\omega_f R_{rad})\right.$$
$$\left. - \frac{360R_{rad}^2}{\omega_f^5}Cos(\omega_f R_{rad}) + \frac{720R_{rad}}{\omega_f^6}Sin(\omega_f R_{rad}) + \frac{720}{\omega_f^7}Cos(\omega_f R_{rad}) + \frac{720}{\omega_f^7}\right] \tag{21}$$

ศักย์ไฟฟ้าทั้ง 4 รูปแบบนี้สามารถอธิบายได้ผ่านการวิเคราะห์ผ่านกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างศักย์ไฟฟ้ากับรัศมีตัวนำทรงกลมเสมือน ที่พล็อตได้ในรูปที่ 4 ปริมาณศักย์ไฟฟ้ากับรัศมีตัวนำทรงกลมเสมือนที่เปลี่ยนแปลงตาม C_{con} และ ω_f สามารถอธิบายความสัมพันธ์ของตัวแปรต่างๆ ได้เป็นตารางดังตารางที่ 3 ซึ่งตัวแปรต้น, ตัวแปรตาม, และตัวแปรควบคุมตามตารางที่3 นั้นผู้วิจัยจะนำไปพล๊อตกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ประจุไฟฟ้ากับระยะทางของรัศมีตัวนำทรงกลมเสมือน

ตารางที่3 แจกแจงตัวแปรจากสมการศักย์ไฟฟ้าข้างต้น

ตัวแปรต้น	ตัวแปรตาม	ตัวแปรควบคุม
$C_{con} = 0.15\times10^{-11} a.u.$	ศักย์ไฟฟ้า (V_p) มีหน่วยโวลต์	ระยะทางจากจุดศูนย์กลางทรงกลมตัวนำเสมือน (R_{rad})
$C_{con} = 0.15\times10^{-12} a.u.$		รัศมีของทรงกลมสมมติ (R_{sf})
$C_{con} = 0.15\times10^{-13} a.u.$		ค่าความซาบซึมได้ของสุญญากาศ (ε_0)
$C_{con} = 0.15\times10^{-14} a.u.$		ค่าคงที่ (ω_f)

ตารางที่ 3a แจกแจงตัวแปรจากสมการศักย์ไฟฟ้าข้างต้น กรณีที่ศักย์ไฟฟ้าขึ้นอยู่กับค่าคงที่ C_{con}

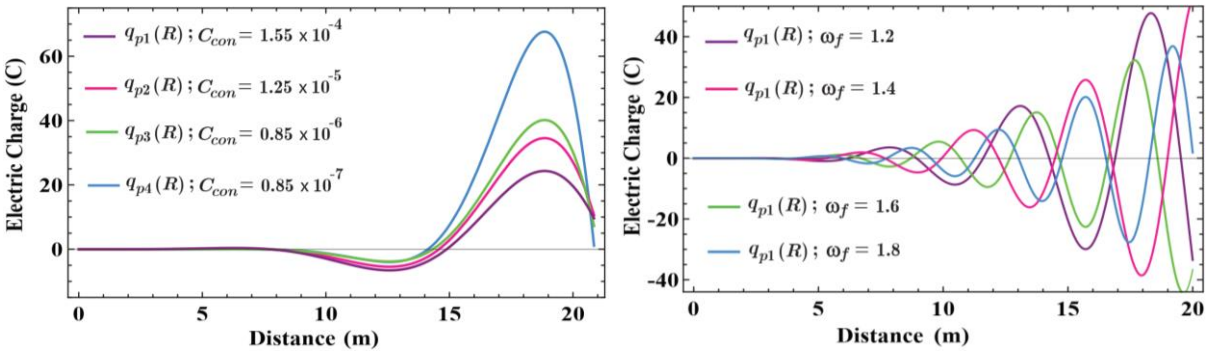
ตัวแปรต้น	ตัวแปรตาม	ตัวแปรควบคุม
$\omega_f = 2.3\ a.u.$	ศักย์ไฟฟ้า (V_p) มีหน่วยโวลต์	ระยะทางจากจุกศูนย์กลางทรงกลมตัวนำเสมือน (R_{rad})
$\omega_f = 2.5\ a.u.$		รัศมีของทรงกลมสมมติ (R_{sf})
$\omega_f = 2.7\ a.u.$		ค่าความซาบซึมได้ของสุญญากาศ (ε_0)
$\omega_f = 2.9\ a.u.$		ค่าคงที่ (C_{con})

ตารางที่ 3b แจกแจงตัวแปรจากสมการศักย์ไฟฟ้าข้างต้น กรณีที่ศักย์ไฟฟ้าขึ้นอยู่กับค่าคงที่ ω_f

Journal of Earth Science, Astronomy and Space
Vol. 5 No. 1 ISSN 2673-0480 (Online)

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

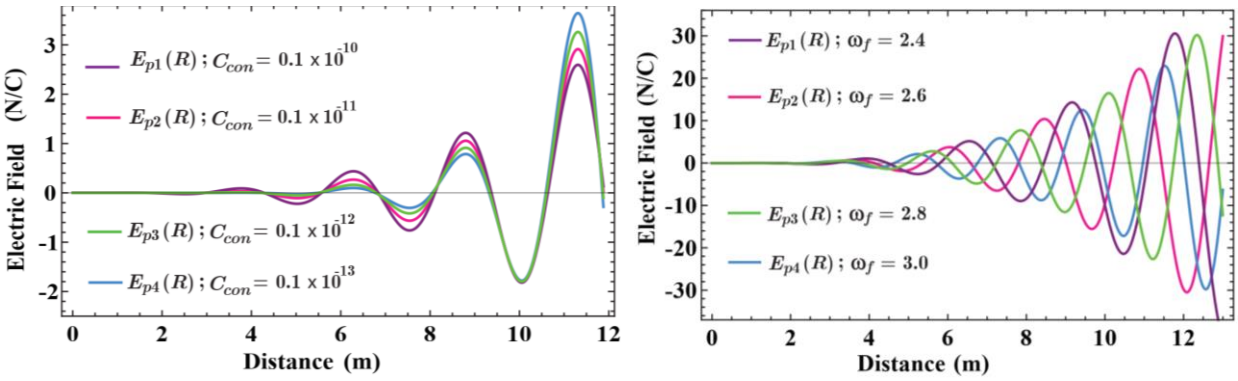
แสดงผลการวิจัยที่ได้จากกระบวนการวิจัยและอภิปรายผลการวิจัยที่ได้มาจากการดำเนินงานวิจัย



(3a) (3b)

รูปที่3 แสดงความสัมพันธ์ของประจุไฟฟ้ากับรัศมีตัวนำทรงกลมเสมือน โดยรูปที่ (3a) แสดงถึงความสัมพันธ์ของประจุไฟฟ้ากับรัศมีตัวนำทรงกลมเสมือน ในกรณีที่ค่าของประจุไฟฟ้าขึ้นอยู่กับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร โดยมีการปรับค่าคงที่ C_{con} เพื่อปรับสเกลของกราฟให้อยู่ในกรอบเดียวกันได้ และง่ายต่อการพิจารณา $\rightarrow$ $C_{con}=1.55\times10^{-4}$ เป็นเส้นสีม่วง, $C_{con}=1.25\times10^{-5}$ เป็นเส้นสีชมพู, $C_{con}=0.85\times10^{-6}$ เป็นเส้นสีเขียว, และ $C_{con}=0.85\times10^{-7}$ เป็นเส้นสีฟ้า และ (3b) แสดงถึงความสัมพันธ์ของประจุไฟฟ้ากับรัศมีตัวนำทรงกลมเสมือน ในกรณีที่ค่าของประจุไฟฟ้าขึ้นอยู่กับค่าคงที่ $\omega_f \rightarrow \omega_f=1.2$ เป็นเส้นสีม่วง, $\omega_f=1.4$ เป็นเส้นสีชมพู, $\omega_f=1.6$ เป็นเส้นสีเขียว, และ $\omega_f=1.8$ เป็นเส้นสีฟ้า

จากรูปที่ 3a และ 3b เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างประจุไฟฟ้าในวงปิดกับระยะทางจากจุดศูนย์กลางของทรงกลมตัวนำเสมือนที่มีผลมาจาก ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร $\rho_1(r_\sigma)$, $\rho_2(r_\sigma)$, $\rho_3(r_\sigma)$ และ $\rho_4(r_\sigma)$ ตามลำดับ โดยในกรณีที่ประจุไฟฟ้าในวงปิดขึ้นอยู่กับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร โดยมีการปรับค่าคงที่ C_{con} เพื่อปรับสเกลของกราฟให้อยู่ในกรอบเดียวกันได้ และ เพื่อให้สามารถวิเคราะห์ผลต่างของกราฟแต่ละเส้นได้ ซึ่งทางคณะผู้จัดทำพบว่า เมื่อเลขยกกำลังมีค่าเพิ่มขึ้น ในขณะที่ลดค่าของ C_{con} ลง จะทำให้แอมพลิจูดการสั่นของประจุวงปิดมีค่าเพิ่มขึ้น ในขณะที่ความยาวคลื่นและความถี่ในการสั่นมีค่าคงที่ ส่วนอีกกรณีที่ศึกษาการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรค่าคงที่ ω_f พบว่า เมื่อเพิ่มค่าคงที่ ω_f จะส่งผลให้ค่าความยาวคลื่นและแอมพลิจูดการสั่นลดลง แต่ความถี่ของการสั่นจะมีค่าเพิ่มขึ้น

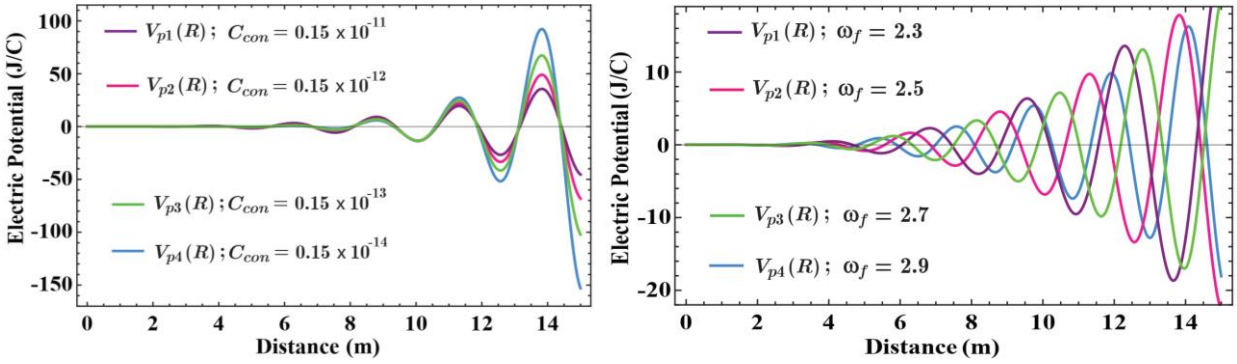


(4a) (4b)

รูปที่4 แสดงความสัมพันธ์ของสนามไฟฟ้ากับรัศมีตัวนำทรงกลมเสมือน โดยรูปที่ (4a) แสดงถึงความสัมพันธ์ของสนามไฟฟ้ากับรัศมีตัวนำทรงกลมเสมือน ในกรณีที่ค่าของสนามไฟฟ้าขึ้นอยู่กับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร โดยมีการปรับค่าคงที่ $C_{con} \rightarrow C_{con} = 0.1\times10^{-10}\,a.u.$ เป็นเส้นสีม่วง, $C_{con} = 0.1\times10^{-11}$ เป็นเส้นสีชมพู, $C_{con} = 0.1\times10^{-12}$ เป็นเส้นสีเขียว, และ $C_{con} = 0.1\times10^{-13}$ เป็นเส้นสีฟ้า และ (4b) แสดงถึงความสัมพันธ์ของสนามไฟฟ้ากับรัศมีตัวนำทรงกลมเสมือน ในกรณีที่ค่าของสนามไฟฟ้าขึ้นอยู่กับค่าคงที่ $\omega_f \rightarrow \omega_f = 2.4$ เป็นเส้นสีม่วง, $\omega_f = 2.6$ เป็นเส้นสีชมพู, $\omega_f = 2.8$ เป็นเส้นสีเขียว, และ $\omega_f = 3.0$ เป็นเส้นสีฟ้า

จากรูปที่ 4a และ 4b เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสนามไฟฟ้ากับรัศมีของทรงกลมตัวนำเสมือน ที่มีผลมาจาก ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร โดยในกรณีที่สนามไฟฟ้าขึ้นอยู่กับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร โดยมีการปรับค่าคงที่ C_{con} เพื่อปรับสเกลแอมพลิจูดการสั่นของสนามไฟฟ้าให้สามารถอยู่ในกราฟเดียวกันได้ และง่ายต่อการพิจารณา ซึ่งทางคณะผู้จัดทำพบว่า เมื่อเลขยกกำลังมีค่าเพิ่มขึ้น ในขณะที่ลดค่าคงที่ C_{con} จะส่งผลให้แอมพลิจูดการสั่นของสนามไฟฟ้าเพิ่มขึ้น ในขณะที่ความถี่ของการสั่นจะมีค่าลดลง แต่ค่าความยาวคลื่นมีค่าคงที่ ในอีกกรณีที่ศึกษาการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรค่าคงที่ ω_f พบว่า เมื่อเพิ่มค่าคงที่ ω_f จะทำให้ความถี่การสั่นของสนามไฟฟ้าเพิ่มขึ้น แต่ความยาวคลื่นและแอมพลิจูดการสั่นของสนามไฟฟ้ามีค่าลดลง

Journal of Earth Science, Astronomy and Space
Vol. 5 No. 1 ISSN 2673-0480 (Online)



(5a) (5b)

รูปที่5 แสดงความสัมพันธ์ของศักย์ไฟฟ้ากับรัศมีตัวนำทรงกลมเสมือน โดยรูปที่ (5a) แสดงถึงความสัมพันธ์ของศักย์ไฟฟ้ากับรัศมีตัวนำทรงกลมเสมือน ในกรณีที่ค่าของศักย์ไฟฟ้าขึ้นอยู่กับค่าคงที่ C_{con} $\rightarrow$ $C_{con} = 0.15\times10^{-11}$ เป็นเส้นสีม่วง, $C_{con} = 0.15\times10^{-12}$ เป็นเส้นสีชมพู, $C_{con} = 0.15\times10^{-13}$ เป็นเส้นสีเขียว, และ $C_{con} = 0.15\times10^{-14}$ เป็นเส้นสีฟ้าและ (5b) แสดงถึงความสัมพันธ์ของศักย์ไฟฟ้ากับรัศมีตัวนำทรงกลมเสมือน ในกรณีที่ค่าของศักย์ไฟฟ้าขึ้นอยู่กับค่าคงที่ ω_f $\rightarrow$ $\omega_f = 2.3$ เป็นเส้นสีม่วง, $\omega_f = 2.5$ เป็นเส้นสีชมพู, $\omega_f = 2.7$ เป็นเส้นสีเขียว, และ $\omega_f = 2.9$ เป็นเส้นสีฟ้า

จากรูปที่ 5a และ 5b เป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างศักย์ไฟฟ้ากับรัศมีของทรงกลมตัวนำเสมือน ที่มีผลมาจาก ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร โดยในกรณีที่ศักย์ไฟฟ้าขึ้นอยู่กับความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตร โดยมีการปรับค่าคงที่ C_{con} เพื่อให้ง่ายต่อการเปรียบเทียบเส้นกราฟ พบว่า เมื่อเลขยกกำลังมีค่าเพิ่มขึ้น ในขณะที่ลดค่าคงที่ C_{con} จะทำให้ความถี่การสั่นของศักย์ไฟฟ้าลดลง แต่แอมพลิจูดการสั่นมีค่าเพิ่มขึ้น ในอีกกรณีที่ศึกษาการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรค่าคงที่ ω_f พบว่า เมื่อเพิ่มค่าคงที่ ω_f จะทำให้ความถี่ในการสั่นเพิ่มขึ้น ในขณะที่ความยาวคลื่นและแอมพลิจูดการสั่นจะลดลง

สรุปผลการวิจัย

ความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรที่ขึ้นอยู่กับระยะ r_σ ในรูปแบบฟังก์ชันตรีโกณมิติและพหุนาม มีผลต่อการสั่นของประจุไฟฟ้าวงปิด สนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้า โดยพบว่าเลขชี้กำลังของ r_σ ที่ผกผันกับค่าคงที่ C_{con} จะแปรผันตรงกับแอมพลิจูดของการสั่นของประจุไฟฟ้า สนามไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้า ในขณะเดียวกันก็จะแปรผกผันกับความถี่ของการสั่นของประจุไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และศักย์ไฟฟ้า อีกกรณีหนึ่งที่ศึกษาจากการเลือกความหนาแน่นประจุไฟฟ้าเชิงปริมาตรมาพิจารณาหาความสัมพันธ์กับค่าคงที่ ω_f พบว่า ω_f จะแปรผันตรงกับความถี่ของการสั่นประจุไฟฟ้า สนามไฟฟ้า และ ศักย์ไฟฟ้า แต่จะผกผันกับความยาวคลื่นและแอมพลิจูดของการสั่น

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ และที่ให้การสนับสนุนด้านสถานที่และเวลาในการทำงานวิจัย จนกระทั่งงานสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

เอกสารอ้างอิง

สมพงษ์ ใจดี. (2543). *ฟิสิกส์ มหาวิทยาลัย 3*. กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Atamp, A. (1990). *Introduction to classical mechanics*. United States America: Prentice-Hall.

David, J. G. (1999*). Introduction to electrodynamics*, (3th ed.). New Jersey: Prentice-Hall International.

Generazio, E.R. (2017). Electric Potential and Electric Field Imaging. *AIP Conference Proceeding*, 1806, 0200251-02002512, Published by AIP Publishing

Gerald, L. P. and Daniel, R. S. (2007). A finite line of charge. *American Journal of Physics*, 75, 485–486.

Hutem, A., Suwanwon, S., Ellis, T. and Masoongnoen, N. (2021). Determination of the Time-Dependent Velocity for Charged Particle via Cosine Electrostatic Function. *Journal of Earth Science, Astronomy and Space, 4*(1), 46-57.

Lorrain, P. and Corson, D. R. (1972). *Electromagnetic fields and wave* (2rd ed.), San Francisco: W.H. Freeman and company.

Maglaras, A. and Maglaras, L. (2004). Modeling and analysis of electric field distribution in air gaps, stressed by breakdown voltages., *International Conference WSEAS MMACTEE* (pp. 1-7). Greece Athens: T.E.I. of Larissa.

Masoongnoen, N., Moonsri, P., Ellis, T., Suwanwong, S. and Hutem, A. (2021). Calculation of Electric Field from Continuous Charge Distribution on Linear Charge Density of Sine Function for Damped-Oscillatory Motion. *Journal of Earth Science, Astronomy and Space, 4*(1), 57-69.

Riley, K.F. and Hobson, M.P. (2006). *Mathematical Methods for Physics and Engineering*. (3th ed.). New York: Cambridge University.

Thongsit, N., Sangnok, Y. and Hutem, A. (2019). Mathematical modeling and the physics of electric field on non-symmetric linear charge density for damped-oscillatory motion*. Journal of Earth Science, Astronomy and Space, 1*(1), 64-72.

Zuo, F. (2014). A geometric method to determine the electric field due to a uniformly charged line segment. *American Journal of Physics*, 83, 567-569.