ISSN 2673-0480 (Online)

วารสารวิทยาศาสตร์โลก ดาราศาสตร์ และอวกาศ

Journal of Earth Science, Astronomy and Space



ปีที่ 6 ฉบับที่ 1 (2566)
Vol.6, No.1 (2023)

บรรณาธิการแถลง

วารสารวิทยาศาสตร์โลก ดาราศาสตร์ และอวกาศ (Journal of Earth Science, Astronomy and Space) สมาคมดาราศาสตร์และวิทยาศาสตร์อวกาศเพื่อการศึกษา (Astronomy and Space Science Society for Education; ATSSE) ได้จัดทำขึ้นเพื่อเผยแพร่บทความทางด้านวิทยาศาสตร์โลก ดาราศาสตร์ และอวกาศ จากผลงานวิจัย ผลงานทางวิชาการ บทความทางวิชาการ ผลงานวิชาการรับใช้สังคม ภายใต้กลุ่มสาขาย่อยคือ

1. General Earth and Planetary Sciences
2. Atmospheric Science
3. Space and Planetary Science
4. Renewable Energy, Sustainability and the Environment
5. General Physics and Astronomy

ฉบับนี้เป็นปีที่ 6 ได้รับความสนใจจากนักวิจัยนักวิชาการ ส่งบทความเผยแพร่ในหลากหลายกลุ่มย่อย ทั้งในด้านดาราศาสตร์ ฟิสิกส์เชิงทฤษฎี พลังงานกับการการประยุกต์ต้นแบบผลิตภัณฑ์ในท้องถิ่น และการประยุกต์ใช้เทคโนโลยีนาโนในเชิงเกษตร ซึ่งสอดคล้องกับปณิธานของวารสาร ที่มุ่งหวังให้เป็นแหล่งความรู้ทางด้านวิทยาศาสตร์โลก ดาราศาสตร์และอวกาศ และเพื่อร่วมกันในเป็นแรงขับเคลื่อนในการพัฒนาประเทศบนพื้นฐานวิชาการ

ทั้งนี้ทางวารสารใคร่ขอขอบพระคุณผู้ทรงคุณวุฒิคณะกรรมการประเมินอิสระ (Peer Reviewers) เป็นอย่างสูง ที่กรุณาให้เกียรติและเสียสละเวลาในการพิจารณา กลั่นกรอง แก้ไข และให้ข้อเสนอแนะแก่บทความวิจัย บทความวิชาการ เพื่อความสมบูรณ์ และประโยชน์สูงสุดในทางวิชาการ และขอขอบคุณผู้วิจัยที่ร่วมสร้างสรรค์ผลงาน เพื่อร่วมกันพัฒนาทั้งในมิติของการศึกษา งานวิจัย และสังคม

ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิระภรณ์ ไหมทอง
บรรณาธิการ

กองบรรณาธิการ

1. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิระภรณ์ ไหมทอง บรรณาธิการ
มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
2. รองศาสตราจารย์ ดร.วิลาวรรณ์ คำหาญ กรรมการ
มหาวิทยาลัยราชภัฏสกลนคร
3. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวิทย์ นามมหาจักร กรรมการ
มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
4. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภควัฒน์ วงศ์วรรณวัฒนา กรรมการ
มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี
5. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชีวะ ทัศนา กรรมการ
มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี
6. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กนต์ธีร์ กิจเกียรติพงษ์ กรรมการ
มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
7. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นรากรณ์ แก้วขาว กรรมการ
มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
8. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. รณกฤต รัตนมาลา กรรมการ
มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา
9. ผู้ช่วยศาสตราจารย์อร่าม ชนะโชติ กรรมการ
มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา
10. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ศราวุฒิ ชูโลก กรรมการ
มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา
11. อาจารย์ณัฏฐพงษ์ สายพิณ กรรมการ
มหาวิทยาลัยแม่โจ้
12. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ปรารถนา มินเสน กรรมการและเลขานุการ
มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
13. รองศาสตราจารย์ ดร.พัดตาวัน นาใจแก้ว กรรมการและผู้ช่วยเลขานุการ
มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี

คณะกรรมการประเมินอิสระ (Peer Reviewers) ตรวจสอบทางวิชาการ

รองศาสตราจารย์ บุญรักษา สุนทรธรรม
สถาบันวิจัยดาราศาสตร์แห่งชาติ (องค์การมหาชน)
รองศาสตราจารย์ ดร.ธนา ยีรัมย์
มหาวิทยาลัยมหาสารคาม
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิระภรณ์ ไหมทอง
มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.สุวิทย์ นามมหาจักร
มหาวิทยาลัยราชภัฏอุดรธานี
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.พัฒนพงษ์ จำรัสประเสริฐ
มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภควัฒน์ วงศ์วรรณวัฒนา
มหาวิทยาลัยราชภัฏอุบลราชธานี
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ชีวะ ทัศนา
มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นุวัติ พิมพะบุตร
มหาวิทยาลัยราชภัฏเลย
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.กนต์ธีร์ กิจเกียรติพงษ์
มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนคร
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.ภาคภูมิ รัตน์จิรานุกูล
มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.นรากรณ์ แก้วขาว
มหาวิทยาลัยสงขลานครินทร์
ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.รณกฤต รัตนมาลา
มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา
ผู้ช่วยศาสตราจารย์อร่าม ชนะโชติ
มหาวิทยาลัยราชภัฏพระนครศรีอยุธยา
ดร.สุภาณี ใหม่จันทร์ดี
มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลล้านนา

สารบัญ

เรื่อง **หน้า**

กองบรรณาธิการ ก

สารบัญ ง

บทความวิจัย

การหาค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลก 1
ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา นครราชสีมา
พศุตม์ สังฆพัฒน์ อาทิตยา จิตรเจริญ ธนวัฒน์ รังสูงเนิน
สมานชาญ จันทร์เอี่ยม และ บุญญฤทธิ์ ชุนหกิจ

การศึกษาขนาดของดวงจันทร์จากปรากฏการณ์สุริยุปราคา 9
รอมฎอน เหร่าหมัด ซีรีน ดาเก็ง มูฮำหมัด กูเต๊ะ ซูไฮมี สาแม และ ไชนะ มูเล็ง

การคำนวณหาความเร็วเชิงมุม การกระจัดเชิงมุม และแรงตึงเส้นเชือกที่เป็นฟังก์ชันของเวลาสำหรับ 14
อนุภาคเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกาภายใต้แรงต้านอากาศ และแรงภายนอกโคไซน์ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา
เอมอร วันเอก และ อาทิตย์ หู้เต็ม

การคำนวณความเร็วและการกระจัดที่เป็นฟังก์ชันของเวลาของวัตถุที่เคลื่อนที่แนวดิ่ง 29
ภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลก
อาทิตย์ หู้เต็ม ศานิตย์ สุวรรณวงศ์ และ เอมอร วันเอก

อายุและระยะทางของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 47
รุ่งสว่าง ประคำทอง นันธิชา โตไพโรจน์ ศิริพรรณ ศรัทธาผล และ วริษา ปานเจริญ

การศึกษาคุณสมบัติทางกายภาพของกระจุกดาวเปิด M48 54
วราภรณ์ เดือนสวัสดิ์ อาภัสรา จงเจริญ สรวิศิษฏ์ รักพาณิชย์ และ นิรุธ ล้ำเลิศ

การศึกษาสมบัติทางกายภาพของระบบดาวคู่ V523 Pegasi 62
สุภัทร สายรัตนอินทร์ ตอริก เฮ็งปิยา และ วิระภรณ์ ไหมทอง

สภาพการนำความร้อนและความต้านทานความร้อนของวัสดุฉนวนจากใบพลวงและเปลือกข้าวโพด 71
วิภา เก่งกาจ ปริยาพร กองคำ และกฤษฎา บุญชม

ผลของผงกากกาแฟนาโนต่อการเจริญเติบโตของผักบุ้งจีนในดินเสื่อมสภาพ 80
อนิรุทธิ์ รักสุจริต และ อรทัย คำสร้อย

Received: September 27, 2023 Revised: December 2, 2023
Accepted: December 13, 2023 Published: December 26, 2023

การหาค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลก ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา นครราชสีมา
A Calculation of Atmospheric Extinction Coefficients at the Regional Observatory for the Public, Nakhon Ratchasima

พศุตม์ สังฆพัฒน์[1] อาทิตยา จิตรเจริญ[1] ธนวัฒน์ รังสูงเนิน[2*] สมานชาญ จันทร์เอี่ยม[3] และ บุญญฤทธิ์ ชุนหกิจ[3]
Pasut Sangkhaphat[1] Arthittaya Chitcharoen[1] Thanawat Rangsungnoen[2*]
Smanchan Chandaiam[3] and Boonyarit Choonhkit[3]

[1] สาขาวิชาฟิสิกส์ มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา
[2] โปรแกรมวิชาฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา
[3] หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา นครราชสีมา สถาบันวิจัยดาราศาสตร์แห่งชาติ (องค์การมหาชน)
[1]Bachelor of Physics, Nakhon Ratchasima Rajabhat University
[2*]Program of Physics and General Science, Faculty of Science and Technology, Nakhon Ratchasima Rajabhat University
[3]Regional Observatory for the Public, Nakhon Ratchasima, National Astronomical Research Institute (Public Organization)
[*] kruneng.kk@gmail.com

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้ได้ดำเนินการศึกษาสังเกตการณ์โฟโตเมตรีของดาวมาตรฐาน 3 ดวงเพื่อหาค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลก ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา นครราชสีมา เนื่องจากในปัจจุบันผลกระทบจากโลกร้อนและสภาวะอากาศมีการเปลี่ยนแปลงจากเดิม ซึ่งส่งผลต่อการทำวิจัยทางด้านดาราศาสตร์โดยเฉพาะดาราศาสตร์เชิงแสง คณะผู้วิจัยได้ใช้กล้องโทรทรรศน์ชนิดหักเหแสงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.15 เมตร เชื่อมต่อกับระบบซีซีดีโฟโตเมตรีผ่านแผ่นกรองแสงความยาวคลื่นสีน้ำเงิน (B) สีเหลือง (V) และสีแดง (R) ทำการศึกษาระหว่างเดือนมกราคมถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ. 2565 ผลปรากฏว่ามีค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลกที่ถ่ายด้วยแผ่นกรองแสงความยาวคลื่นสีน้ำเงิน สีเหลืองและสีแดง มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.92970±0.01109, 0.62643 ±0.13606 และ 0.51514±0.13085 magnitude/airmass ตามลำดับ สรุปได้ว่า สภาวะอากาศ ณ บริเวณหอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา นครราชสีมา ในช่วงระหว่างเดือนมกราคมถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ. 2565 เป็นช่วงเวลาที่มีค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลกสูงกว่าค่ามาตรฐาน อย่างไรก็ตามคณะผู้วิจัยขอเสนอว่าควรมีการวิเคราะห์ข้อมูลการลดลงของแสงดาวอย่างต่อเนื่อง เพื่อเป็นฐานข้อมูลในการเลือกช่วงเวลาในการสังเกตการณ์วัตถุท้องฟ้า การทำวิจัยทางด้านดาราศาสตร์เชิงแสง

คำสำคัญ: สัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาว, โลกร้อน, การเปลี่ยนแปลงสภาวะอากาศ

Abstract

This research was carried out through the photometric observations of 3 standard stars for finding atmospheric extinction coefficients at the Regional Observatory for the Public, Nakhon Ratchasima. At present, results from global warming and climate change have affected astronomical research especially optical astronomy. We use a 0.15-meter reflecting telescope and a CCD photometric system with blue (B), yellow (V) and red (R) wavelength band filters in this study during January and February 2022. The results yield the average atmospheric extinction coefficients of 0.92970±0.01109, 0.62643±0.13606, and 0.51514±0.13085 magnitude/airmass in B, V and I consecutively, and was found that the atmospheric extinction coefficients measured during January and February 2022 give higher values than the standards. It is suggested that the observations and calculations of the Atmospheric Extinction Coefficients at the Regional Observatory for the Public, Nakhon Ratchasima should be done also on the other months throughout the year as a complete database for selecting the best period for the future photometric observations.

Keywords: atmospheric extinction coefficients, global warming, climate change.

บทนำ

ในปัจจุบันมีการศึกษาทางดาราศาสตร์ที่เกี่ยวกับวัตถุท้องฟ้า เพื่อให้เข้าใจถึงธรรมชาติอย่างแท้จริง โดยสิ่งที่นักดาราศาสตร์ให้ความสำคัญในการศึกษาวัตถุท้องฟ้าคือ ความส่องสว่างของแสงที่ดวงดาวปลดปล่อยออกมา แล้วทำการสังเกตด้วยเครื่องมือทางดาราศาสตร์ อาทิ กล้องโทรทัศน์ เป็นต้น ซึ่งในการศึกษาความเข้มของแสงดาวพบว่าทั้งความเข้มและสีของของดาวจะมีการเปลี่ยนแปลงไปตามค่ามุมเงยของดาว ทั้งนี้เป็นผลมาจากการกระเจิงของแสงดาวและการถูกดูดกลืนโดยฝุ่นละออง หมอก ควัน และไอน้ำในชั้นบรรยากาศของโลก จึงเป็นผลทำให้ความเข้มของแสงดาวที่สังเกตได้นั้นมีค่าน้อยกว่าความเป็นจริง และสีของแสงดาวก็จะต่างจากความเป็นจริง โดยค่าที่บ่งบอกถึงการลดลงของแสงดาวคือ ค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงอันดับที่หนึ่ง

จากงานวิจัยเรื่อง การศึกษาคุณภาพท้องฟ้าเวลากลางคืน ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบ พระชนมพรรษาฉะเชิงเทรา ได้ทำการวิจัยเกี่ยวกับคุณภาพของท้องฟ้าเวลากลางคืนโดยการเก็บข้อมูล 5 ตำแหน่งบนท้องฟ้า คือ ทิศเหนือ ทิศใต้ ทิศตะวันออก ทิศตะวันตก สูงจากขอบฟ้าประมาณ 75 องศา และจุดจอมฟ้าของผู้สังเกตด้วยเครื่อง Sky Quality Meter (SQMs) และเก็บข้อมูลความชื้น อุณหภูมิความเร็วลม ความดันอากาศ ด้วยเครื่องวัดสภาพอากาศ Weather ควบคู่กับการเก็บค่าความสว่างท้องฟ้าเพื่อเปรียบเทียบผลกระทบ พบว่ามลภาวะทางแสงได้ส่งผลกระทบต่อกิจกรรมที่ เกี่ยวข้องกับการศึกษาดาราศาสตร์ ซึ่งมลภาวะทางแสงนั้นเกิดขึ้นจากการขยายตัวของเมือง หรือ แม้กระทั่งไฟถนนที่มีปริมาณของแสงที่มีมากเกินไป ส่งผลทำให้เหนือขอบฟ้าสว่างขึ้น แสงที่ส่องสว่าง ขึ้นบนท้องฟ้าจะสะท้อนกับอนุภาคต่าง ๆ รวมถึงสารพิษจากอุตสาหกรรมต่าง ๆ ในชั้นบรรยากาศกลับมายังพื้นโลกในรูปแบบของแสงบนท้องฟ้าซึ่งส่งผลทำให้เกิดมลภาวะทางแสงขึ้น (สุวนิตย์ วุฒสังข์, 2558) อย่างไรก็ตามนักดาราศาสตร์ได้ตระหนักถึงการเปลี่ยนแปลงสภาวะอากาศโลกและสภาวะโลกร้อนที่ส่งผลถึงการสังเกตการณ์ทางดาราศาสตร์ (Haslebacher et.al., 2022)

ดังนั้นคณะผู้วิจัยจึงมีความประสงค์ที่จะศึกษาการบดบังแสงดาวของชั้นบรรยากาศโลกโดยใช้ภาพถ่ายจากกล้องโทรทรรศน์ ซึ่งทำการเก็บข้อมูลภาพถ่าย ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา นครราชสีมา โดยใช้กล้องโทรทรรศน์ ในการเก็บข้อมูลเปรียบเทียบกันในช่วงเวลาที่ท้องฟ้าโปร่ง และช่วงเวลาที่ท้องฟ้ามีสภาวะอากาศที่อาจมีฝุ่นละอองและควัน ที่เวลาและมุมต่าง ๆ เพื่อความสะดวกรวดเร็วและแม่นยำในการบันทึกข้อมูล ผู้วิจัยจึงได้ใช้โปรแกรม AstroImageJ ในการวิเคราะห์ความเข้มของแสงที่ได้จากภาพถ่าย และนำมาคำนวณเพื่อทราบถึงค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลก เพื่อนำข้อมูลมาเป็นข้อมูลพื้นฐานในการอธิบายถึงผลกระทบของปัจจัยที่มีผลต่อการลดลงของแสงดาวเนื่องจากสภาวะชั้นบรรยากาศโลก

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากสภาวะชั้นบรรยากาศโลก
2. เพื่อศึกษาถึงผลกระทบของปัจจัยที่มีผลต่อการลดลงของแสงดาวเนื่องจากสภาวะชั้นบรรยากาศโลก

วิธีดำเนินการวิจัย

คณะผู้วิจัยได้ทดสอบหาค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลก โดยใช้กล้องโทรทรรศน์เก็บข้อมูลภาพถ่ายทางดาราศาสตร์และนำภาพมาวิเคราะห์หาค่าความเข้มแสงของดาว จากนั้นคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลก โดยการหาความชันของกราฟระหว่างมวลอากาศ (X) กับค่าโชติมาตร (Y) สำหรับการถ่ายภาพดาวนั้น คณะผู้วิจัยใช้ซีซีดีโฟโตมิเตอร์ (CCD Photometer) รุ่น QSI RS 8.3 เชื่อมต่อกับระบบกล้องโทรทรรศน์ชนิดหักเหแสงยี่ห้อ TAKAHASHI TOA 150 ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.15 เมตร บันทึกภาพถ่ายด้วยโปรแกรม MaxIm DL5 และทำการวิเคราะห์ผลด้วยโปรแกรม AstroImageJ ทำการศึกษา ณ หอดูดาว เฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา นครราชสีมา โดยมีความสูงเหนือระดับน้ำทะเล 250 เมตร ละติจูด 14 52' 24" ลองจิจูด 102 01' 44" มีการดำเนินการวิจัยเพื่อพิจารณาผลการหาค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศของโลก (K'_λ) ดังต่อไปนี้

คณะผู้วิจัยได้เลือกใช้ดาวจำนวน 3 ดวง คือดาว HD 11557, HD 28293, HD 252136 แสดงค่าตำแหน่งและความสว่างของดาวในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 แสดงตำแหน่งและค่าโชติมาตรของดาวมาตรฐาน

ชื่อดาว	ตำแหน่งดาว		magnitude		
	RA (h m s)	DEC (° ′ ″)	Filter B	Filter R	Filter V
HD 11557	01 53 46.977	+19 18 08.756	9.50	8.52	8.84
HD 28293	04 28 20.319	+16 18 03.980	9.67	8.20	-
HD 252136	06 08 10.413	+14 35 11.022	11.15	10.83	-

ที่มา: SIMBAD Astronomical Database - CDS (Strasbourg). (2023)

ถ่ายภาพดาวที่ระดับมุมเงย 90° จากขอบฟ้า ทั้งหมด 6 คืน ในช่วงเดือนมกราคมถึงกุมภาพันธ์ พ.ศ. 2565 ถ่ายภาพด้วยโปรแกรม Maxlm DL5 จากนั้นนำภาพที่ได้มาวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม AstroImageJ จะได้ค่า Intensity และค่า Airmass ออกมา นำค่า Intensity ที่ได้มาหาโชติมาตรจากสมการที่ (1)

$$m_1 - m_2 = 2.5\log\frac{I_1}{I_2} \quad (1)$$

เมื่อ m_1 คือ โชติมาตรของท้องฟ้า ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา นครราชสีมา ซึ่งคณะผู้วิจัยได้ทำการวัดด้วยเครื่องวัดความสว่างของท้องฟ้า (Sky Quality Meter) มีค่าเท่ากับ 19, m_2 คือ โชติมาตรของดาวที่คณะผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์, I_1 คือความเข้มแสง (Intensity) ของท้องฟ้า ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา นครราชสีมา, I_2 คือ ความเข้มแสงของดาวฤกษ์ที่คณะผู้วิจัยได้ทำการวิเคราะห์ค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลก จากความชันของกราฟระหว่างค่ามวลอากาศกับค่าโชติมาตรของดาวฤกษ์

ตารางที่ 2 ตารางแสดงค่ามาตรฐานของค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลกที่แผ่นกรองแสงชนิดต่าง ๆ

passband	K
U	0.6
B	0.4
V	0.2
R	0.1
I	0.08

ที่มา: Creative Common. (2023)

เดือน	ก๊าซซัลเฟอร์ไดออกไซด์ (SO_2)				ไนโตรเจนไดออกไซด์ (NO_2)				คาร์บอนมอนอกไซด์ (CO)				ก๊าซโอโซน (O_3)						ฝุ่นละอองขนาดไม่เกิน 10 ไมครอน (PM_{10})				ฝุ่นละอองขนาดไม่เกิน 2.5 ไมครอน ($PM_{2.5}$)			
	ค่าเฉลี่ย 1 ชม (ppb)			ค่าเฉลี่ยรายเดือน	ค่าเฉลี่ย 1 ชม (ppb)			ค่าเฉลี่ยรายเดือน	ค่าเฉลี่ย 1 ชม (ppm)			ค่าเฉลี่ยรายเดือน	ค่าเฉลี่ย 1 ชม (ppb)		ค่าเฉลี่ย 8 ชม (ppb)		วัน > std.	ค่าเฉลี่ยรายเดือน	ค่าเฉลี่ย 24 ชม (มคก./ลบ.ม.)			ค่าเฉลี่ยรายเดือน	ค่าเฉลี่ย 24 ชม (มคก./ลบ.ม.)			ค่าเฉลี่ยรายเดือน
	ค่าสูงสุด	ค่าต่ำสุด	ครั้ง > std.		ค่าสูงสุด	ค่าต่ำสุด	ครั้ง > std.		ค่าสูงสุด	ค่าต่ำสุด	ครั้ง > std.		ค่าสูงสุด	ค่าต่ำสุด	ค่าสูงสุด	ค่าต่ำสุด			ค่าสูงสุด	ค่าต่ำสุด	วัน > std.		ค่าสูงสุด	ค่าต่ำสุด	วัน > std.	
มกราคม	6	0	0/706	1	72	2	0/710	23	1.67	0.36	0/710	0.72	80	0	72	1	1/31	27	85	28	0/31	56	54	16	1/31	34
กุมภาพันธ์	5	0	0/641	1	70	0	0/641	17	1.7	0.37	0/641	0.72	88	0	77	2	1/28	30	88	26	0/28	51	61	15	4/28	34
มีนาคม	6	0	0/708	1	68	0	0/707	17	1.41	0.22	0/708	0.64	91	0	80	5	7/31	32	109	25	0/31	61	60	13	7/31	35
เมษายน	3	0	0/686	1	55	1	0/686	16	1.18	0.21	0/686	0.51	95	0	83	9	6/30	39	109	13	0/30	53	73	7	5/30	32
พฤษภาคม	3	0	0/709	0	48	1	0/709	12	1.09	0.02	0/709	0.45	60	0	56	1	0/31	24	55	19	0/31	34	28	9	0/31	18
มิถุนายน	9	0	0/678	1	35	0	0/678	11	0.91	0.13	0/678	0.34	64	1	47	4	0/30	22	46	22	0/30	30	26	12	0/30	17
กรกฎาคม	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
สิงหาคม	5	0	0/712	1	34	2	0/712	12	0.89	0.29	0/712	0.48	42	1	37	2	0/31	16	37	19	0/30	25	21	10	0/30	15
กันยายน	9	0	0/689	1	41	1	0/689	14	1.43	0.34	0/689	0.54	54	1	47	2	0/30	16	36	19	0/30	27	22	11	0/30	16
ตุลาคม	8	0	0/713	1	44	0	0/712	12	1.29	0.33	0/713	0.58	85	0	81	1	2/31	28	77	15	0/31	39	48	9	0/31	24
พฤศจิกายน	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
ธันวาคม	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

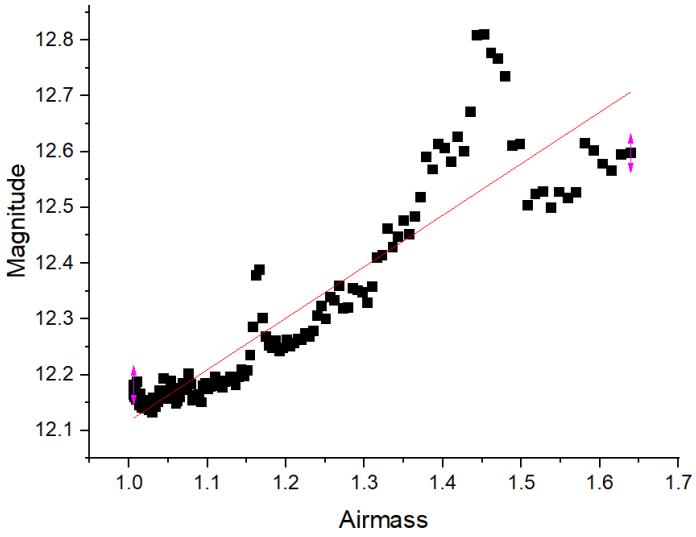
หมายเหตุ ครั้ง > std. คือ ค่าเฉลี่ยการสูงขึ้นของแก๊สกว่าค่ามาตรฐานเป็นจำนวนครั้งในรายชั่วโมง

รูปที่ 1 คุณภาพอากาศในบริเวณพื้นที่ อ.เมือง จ.นครราชสีมา ปี 2565
ที่มา: กองจัดการคุณภาพอากาศและเสียง กรมควบคุมมลพิษ. (2566)

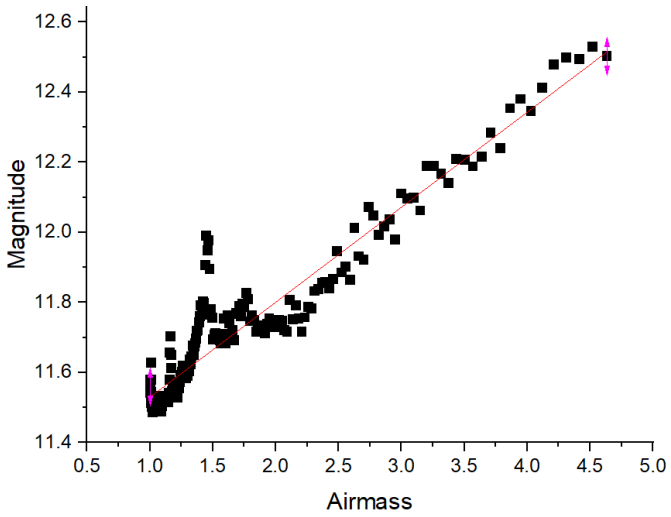
ผลการวิจัยและอภิปรายผล

คณะผู้วิจัยได้ดำเนินการเก็บข้อมูลดาว HD 11557, HD 28293 และ HD 252136 ในระหว่างเดือนมกราคมถึงเดือนกุมภาพันธ์ พ.ศ. 2565 ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา นครราชสีมา และทำการวิเคราะห์ตามขั้นตอนการหาสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลก ผลปรากฏว่า ค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลก

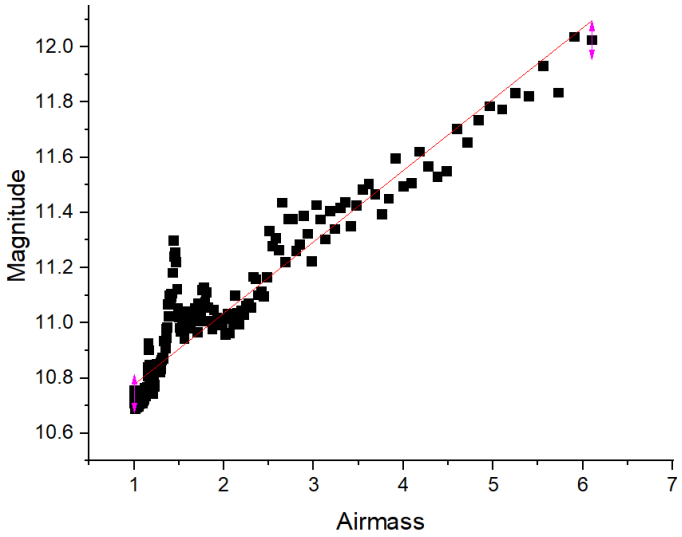
สัมประสิทธิ์การลดลงการลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลก วิเคราะห์จากค่าความชันของกราฟระหว่างมวลอากาศกับค่าโชติมาตรจากกล้องโทรทรรศน์ (m) ดังรูปที่ 2 - 4



รูปที่ 2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่ามวลอากาศกับค่าโชติมาตรของดาวฤกษ์ที่ถ่ายด้วยแผ่นกรองแสงชนิด B



รูปที่ 3 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่ามวลอากาศกับค่าโชติมาตรของดาวฤกษ์ที่ถ่ายด้วยแผ่นกรองแสงชนิด R



รูปที่ 4 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่ามวลอากาศกับค่าโชติมาตรของดาวฤกษ์ที่ถ่ายด้วยแผ่นกรองแสงชนิด V

สัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลกหาได้จากความชันของกราฟระหว่างค่ามวลอากาศกับค่าโชติมาตรของดาวฤกษ์ เมื่อพิจารณาส่วนโค้งของโลกพบว่า เมื่อแสงจากวัตถุท้องฟ้าเคลื่อนผ่านชั้นบรรยากาศลงมาจะผ่านมวลอากาศ (air mass) โดยที่อนุภาคแสงมีความยาวคลื่น (λ) โชติมาตรปรากฏของดาวฤกษ์คือ m_0 (λ) โชติมาตรของแสงดาวที่อยู่นอกชั้นบรรยากาศ คือ m (λ) ดังนั้นโชติมาตรที่ได้จากการสังเกตการณ์บนพื้นผิวโลกหาได้จากสมการที่ (2)

$$m(\lambda) = m_0(\lambda) + \kappa(\lambda) X(z) \qquad (2)$$

เมื่อ X (z) คือ มวลอากาศ, κ (λ) คือ สัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาว, z คือ ระยะห่างจากระยะเซนิทของดวงดาวที่สังเกตการณ์, X คือ จำนวนครั้งที่ปริมาณอากาศที่เห็นตามแนวสายตามากกว่าปริมาณอากาศในทิศทางจุดเซนิท และจะแปรผันตามเส้นสายตาที่สังเกตเคลื่อนออกจากจุดเซนิท ซึ่งค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลก ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา นครราชสีมา มีค่าดังแสดงในตารางที่ 3 ทั้งนี้เพราะในช่วงเดือนมกราคมถึงเดือนกุมภาพันธ์ ในภาคตะวันออกเฉียงเหนือของไทย โดยเฉพาะพื้นที่บริเวณโดยรอบหอดูดาว มีฝุ่นละอองซึ่งเกิดจากกิจกรรมของมนุษย์ในชั้นบรรยากาศมาก เช่น การก่อสร้างในบริเวณพื้นที่ใกล้เคียง การเผาไร่อ้อย เป็นต้น

ตารางที่ 3 แสดงค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลกของแผ่นกรองแสงชนิด B R และ V

วันที่	ฟิลเตอร์		
	B	R	V
10/01/65	-	0.50388±0.0054	-
11/01/65	-	1.1113±0.0350	-
30/01/65	0.92349±0.0325	0.27106±0.0054	0.25853±0.0055
31/01/65	-	0.36446±0.0139	0.32198±0.0210
24/02/65	0.91435±0.0263	0.55659±0.0249	0.71558±0.0224
25/02/65	0.95126±0.021	0.35408±0.01	0.76416±0.019
เฉลี่ย (K'_λ)	0.9297±0.01109	0.6264±0.13606	0.5151±0.13085

จากตารางที่ 3 ค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลกที่ถ่ายด้วยแผ่นกรองแสง ชนิด B R และ V มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.92970±0.01109, 0.62643 ±0.13606 และ 0.51514±0.13085 ตามลำดับ โดยพบว่าค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวที่วัดได้มีค่าสูงกว่าค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวที่เป็นค่ามาตรฐาน ดังแสดงในตารางที่ 2 ทั้งนี้เมื่อพิจารณาตัวแปรคุณภาพอากาศ เช่น ฝุ่นละอองในชั้นบรรยากาศ เป็นต้น ดังแสดงในรูปที่ 1 โดยมีค่า PM10 และ PM2.5 มีค่าเฉลี่ยอยู่ที่ 53.5 และ 34 ไมโครกรัมต่อลูกบาศก์เมตร ตามลำดับ ส่งผลให้ค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลกเป็นไปในทิศทางเดียวกัน

สรุปผลการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยได้หาค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลก โดยใช้กล้องโทรทรรศน์ชนิดหักเหแสง ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.15 เมตร ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา นครราชสีมา พบว่าค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลกมีค่าสูงกว่ามาตรฐาน เนื่องจากสถานที่ตั้งของหอดูดาวอยู่ในพื้นที่ต่ำ มีที่ตั้งอยู่ใกล้เคียงกับชุมชน อีกทั้งในบริเวณอำเภอเมืองนครราชสีมามีฝุ่นละอองมาก ประกอบกับมีแสงแสงไฟจากชุมชนรบกวน ผลวิจัยที่ได้เหล่านี้สามารถใช้เป็นข้อมูลพื้นฐานของหอดูดาวนครราชสีมา เพื่อกำหนดความเหมาะสมของอุปกรณ์เก็บข้อมูลทางดาราศาสตร์เชิงแสงต่อไป

กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา นครราชสีมา ที่ให้ความอนุเคราะห์เอื้อเฟื้อสถานที่ ตลอดจนอุปกรณ์ในการเก็บข้อมูล ขอขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏนครราชสีมา ที่ให้การสนับสนุนและส่งเสริมการทำวิจัยในครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

กองจัดการคุณภาพอากาศและเสียง กรมควบคุมมลพิษ. (2566). คุณภาพอากาศในบริเวณพื้นที่ อ.เมือง จ.นครราชสีมา ปี 2565. สืบค้นจาก https://air4thai.pcd.go.th/webV2/

โชติ เนืองนันท์. (2541). *การวิเคราะห์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากบรรยากาศของโลก โดยเทคนิค ซี ซี ดี โฟโตเมตรี* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). เชียงใหม่: มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

ดลฤดี สุขใจ, ถิรนันท์ สอนแก้ว, นิพนธ์ นายหว่าง, ธนกิจ ใจพะยัก, กัญญ์วรา พานประทีป, สุพรรษา กาไชยา, ณัฐกานต์ จันทร์ทิพย์, สมสวัสดิ์ รัตนสูรย์ และRonald Macatangay. (2564). องค์ประกอบของค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากผลของบรรยากาศของโลก ณ อุทยานดาราศาสตร์สิรินธร. *วารสารวิทยาศาสตร์โลก ดาราศาสตร์ และอวกาศ, 4(*1): 70-81.

สุวนิตย์ วุฒสังข์. (2558). การศึกษาคุณภาพท้องฟ้าเวลากลางคืน ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา ฉะเชิงเทรา. *การประชุมวิชาการระดับชาติ มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา ครั้งที่ 6 "การศึกษาและวัฒนธรรมเพื่อการพัฒนาท้องถิ่น"*. (น. 867-871). สงขลา: มหาวิทยาลัยราชภัฏสงขลา

Haslebacher, C., Demory, M. E., Demory, B. O., Sarazin, M. and Vidale, P. L. (2022). Impact of climate change on site characteristics of eight major astronomical observatories using high-resolution global climate projections until 2050 Projected increase in temperature and humidity leads to poorer astronomical observing conditions. *Astronomy and Astrophysics Journal*, *665*: 1-53.

Hu, B. (2010). Preliminary Results of Atmospheric Station. *Chinese Astronomy and Astrophysics*, *35*: 199-208.

Stalin, C. S., Hegde, M., Sahu, D. K., Parihar, P. S., Anupama, G. C., Bhatt, B. C. and PrabhuStalin, T. P. (2008). Night Sky at the Indian Astronomical Observatory During 2000-2008. *Bulletin of the Astronomical Society of India, 36*(2): 111-127.

Received: September 29, 2023 Revised: November 19, 2023
Accepted: December 13, 2023 Published: December 26, 2023

การศึกษาขนาดของดวงจันทร์จากปรากฏการณ์สุริยุปราคา
The study of the Moon's size from the Solar Eclipse

รอมฎอน เหร่าหมัด[1*] ซีรีน ดาเก็ง[1] มูฮำหมัด กูเต๊ะ[1] ซูไฮมี สาแม[1] และ ไซนะ มูเล็ง[1]
Romdon Roumad[1*] Sireen Dakeng[1] Muhammad Kuteh[1] Suhaimee Samae[1] and Saina Muleng[1]

[1] โรงเรียนธรรมวิทยามูลนิธิ อำเภอเมือง จังหวัดยะลา
[1] Thamavitya Mulniti School, Mueang, Yala
[*] rd301rm@gmail.com

บทคัดย่อ

การศึกษาวิจัยในครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อวัดหาขนาดของดวงจันทร์จากปรากฏการณ์สุริยุปราคา เปรียบเทียบขนาดของดวงจันทร์จากปรากฏการณ์สุริยุปราคาในแต่ละครั้ง โดยการเก็บข้อมูลการเกิดสุริยุปราคาจากซอฟต์แวร์ Stellarium จากนั้นนำข้อมูลที่ได้มา นำเข้าสู่สมการ เพื่อหาขนาดของดวงจันทร์ เริ่มทำการเก็บข้อมูลตั้งแต่วันที่ 16 กุมภาพันธ์ 2561 จนถึงวันที่ 20 เมษายน 2566 จากการศึกษาพบว่า จะเกิดสุริยุปราคาแบบเต็มดวง 1 วัน มีขนาดของดวงจันทร์เท่ากับ 2,866 กิโลเมตร เกิดสุริยุปราคาแบบแหวน 2 วัน มีขนาดของดวงจันทร์เท่ากับ 3,074 และ 3,067 กิโลเมตร เกิดสุริยุปราคาแบบผสม 1 วัน มีขนาดของดวงจันทร์เท่ากับ 2,961 กิโลเมตร และเกิดสุริยุปราคาแบบบางส่วน 5 วัน มีขนาดของดวงจันทร์เท่ากับ 3,188 2,834 2,867 3,155 และ 2,987 กิโลเมตร

คำสำคัญ: ดวงจันทร์, ดวงอาทิตย์, ระนาบ, สุริยุปราคา

Abstract

The aims of this study is to measure the size of the Moon during the phenomena of solar eclipses by comparing the Moon's size from each solar eclipse. The data from solar eclipses were collected from Stellarium Software. Then bring the data into the equation to search of the Moon's size.The data were collected during 16 February 2018-20 April 2023. It was found that the Moon's size is 2,866 km from a total solar eclipse, 3,074 and 3,067 km from the 2 annular solar eclipses, 2,961 km from one hybrid solar eclipse, 3,188, 2,834, 2,867, 3,155 and 2,987 km from five partial solar eclipses.

Keywords: moon, sun, plane, solar eclipse

บทนำ

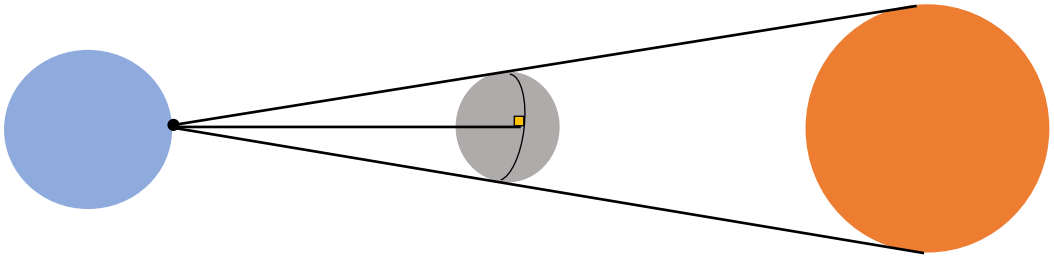
ปัจจุบันนี้งานวิจัยทางดาราศาสตร์สำหรับเยาวชนยังมีไม่มากนัก ผู้วิจัยมีความต้องการที่จะใช้ความรู้ฟิสิกส์พื้นฐานในการหาขนาดของดวงจันทร์จากปรากฏการณ์สุริยุปราคา เพื่อเปรียบเทียบขนาดดวงจันทร์ในการเกิดปรากฏการณ์สุริยุปราคาเต็มดวง (Total Eclipse) สุริยุปราคาวงแหวน (Annular Eclipse) สุริยุปราคาบางส่วน (Partial Eclipse) และสุริยุปราคาแบบผสม (Hybrid Eclipse) สุริยุปราคา (Solar Eclipse) หรือสุริยคราส เป็นปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นจากดวงจันทร์โคจรผ่านหน้าดวงอาทิตย์ เราจึงมองเห็นดวงอาทิตย์ค่อยๆ แหว่งมากขึ้นจนกระทั่งมืดมิดหมดดวงและโผล่กลับมาอีกครั้ง คนในสมัยโบราณเรียกปรากฏการณ์นี้ว่า "ราหูอมดวงอาทิตย์" สุริยุปราคาเกิดขึ้นอย่างน้อยปีละ 2 ครั้ง และจะเกิดขึ้นเฉพาะวันแรม 15 ค่ำ โดยที่ วันแรม 15 ค่ำ ไม่ได้มีในทุกเดือน เนื่องจากระนาบที่โลกโคจรรอบดวงอาทิตย์และดวงจันทร์โคจรรอบโลกไม่ใช่ระนาบเดียวกัน หากตัดกันเป็นมุม 5 องศา ดังนั้น โอกาสที่จะเกิดสุริยุปราคาบนพื้นผิวโลก จึงมีเพียงประมาณปีละ 1 ครั้ง และเกิดไม่ซ้ำที่กัน เนื่องจากเงาของดวงจันทร์ที่ทาบไปบนพื้นผิวโลกครอบคลุมพื้นที่ขนาดเล็ก และโลกหมุนรอบตัวเองอย่างรวดเร็ว (ศูนย์การเรียนรู้วิทยาศาสตร์โลกและดาราศาสตร์ : LESA, 2561) ดังนั้นผู้วิจัยจึงมีความสนใจที่จะหาขนาดดวงจันทร์ในวันที่เกิดปรากฏการณ์สุริยุปราคาว่ามีขนาดใหญ่กว่า เล็กกว่า หรือแตกต่างไปจากเดิม โดยอ้างอิงจากประเภทของสุริยุปราคาที่เกิดขึ้น ณ เวลานั้น ๆ และข้อมูลที่ได้จากการศึกษาสามารถนำไปใช้ประโยชน์ในการคาดการณ์แนวโน้มของการเกิดสุริยุปราคาในแต่ละรูปแบบในอนาคต และสามารถนำไปประยุกต์ใช้ในสมการทางคณิตศาสตร์ของการเกิดสุริยุปราคา นอกจากนี้ยังสามารถนำไปต่อยอดข้อมูลการศึกษาวิจัยในทางดาราศาสตร์เพื่อให้เกิดองค์ความรู้ใหม่ ๆ

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาขนาดของดวงจันทร์จากปรากฏการณ์สุริยุปราคา
2. เพื่อเปรียบเทียบขนาดของดวงจันทร์จากปรากฏการณ์สุริยุปราคาในแต่ละครั้ง ซึ่งประกอบด้วยสุริยุปราคาเต็มดวง สุริยุปราคาวงแหวนสุริยุปราคาบางส่วน และสุริยุปราคาแบบผสม ด้วยวิธีคำนวณจากสมการการหาขนาดเชิงมุม

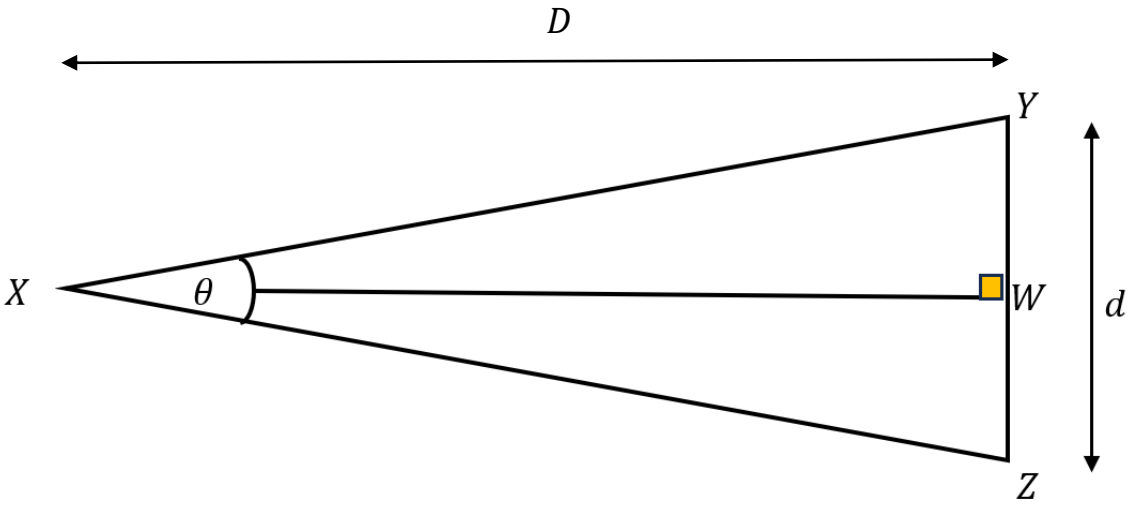
วิธีดำเนินการวิจัย

1. เก็บข้อมูลการเกิดสุริยุปราคาจากซอฟต์แวร์ Stellarium
2. ศึกษาการเกิดสุริยุปราคาเป็นปรากฏการณ์ที่ประกอบด้วยดวงอาทิตย์ ดวงจันทร์ และโลก เรียงตัวกันในระนาบเดียวกันและนำเข้าข้อมูลระยะทางจากโลกถึงดวงจันทร์ไปแทนค่า จากสมการการหาขนาดเชิงมุม $d = 2D\ tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$ (คฑาไชย ทักษ์สิทธา และคณะ, 2561) ดังต่อไปนี้



รูปที่ 1 การเรียงตัวในระนาบเดียวกันของโลก ดวงจันทร์ และดวงอาทิตย์ ในปรากฏการณ์

กำหนดให้ d แทนขนาดของดวงจันทร์ หน่วย กิโลเมตร
D แทนระยะห่างระหว่างโลกถึงดวงจันทร์ หน่วย กิโลเมตร
θ แทนมุมในส่วนโค้ง ซึ่งเป็นขนาดของดวงจันทร์ หน่วย องศา



รูปที่ 2 ภาพแปลงสองมิติจากความสัมพันธ์ของภาพที่ 1

พิจารณา ΔXWZ จะได้ว่า $W\hat{X}Y = \frac{\theta}{2}$, $WY = \frac{d}{2}$ และ $XW = D$

จากอัตราส่วนตรีโกณมิติ จะได้ $tan(W\hat{X}Y) = \frac{WY}{XW}$

$$tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{\frac{d}{2}}{D}$$

$$D\ tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = \frac{d}{2}$$

$$2D\ tan\left(\frac{\theta}{2}\right) = d$$

จะได้ $$d = 2D\ tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

ผลและอภิปรายผล

จากผลการศึกษาขนาดดวงจันทร์จากปรากฏการณ์สุริยุปราคาพบว่าขนาดของดวงจันทร์มีการเปลี่ยนแปลงและเมื่อเปรียบเทียบกับระห่างของโลกถึงดวงจันทร์ ขนาดของดวงจันทร์จะมีขนาดใหญ่ขึ้นตามระยะห่างระหว่างโลกถึงดวงจันทร์ (ดังตารางที่ 1) โดยดวงจันทร์มีขนาดใหญ่ที่สุดเท่ากับ 3,188 กิโลเมตร ลักษณะของสุริยุปราคาที่เกิดขึ้นเป็นแบบบางส่วน มีระยะห่างระหว่างโลกถึงดวงจันทร์เท่ากับ 398,467 กิโลเมตร เนื่องจากถ้าเราทราบค่าขนาดอุปราคาของดาว เราจะสามารถทราบระยะห่างระหว่างโลกถึงดาวนั้นและมาแทนในสมการเพื่อหาขนาดของดวงจันทร์ได้ โดยใช้หลักการของสามเหลี่ยมตรีโกณมิติ นอกจากนี้ยังสัมพันธ์กับกฎของเคปเลอร์ข้อที่ 1 ดาวเคราะห์โคจรรอบดวงอาทิตย์เป็นวงรี โดยมีดวงอาทิตย์อยู่ที่โฟกัสจุดหนึ่ง การที่ดาวเคราะห์หรือโลกโคจรรอบดวงอาทิตย์เป็นวงรี ทำให้แต่ละช่วงเวลาในรอบปี โลกอยู่ห่างจากดวงอาทิตย์ไม่เท่ากัน และในแต่ละวันโลกโคจรรอบดวงอาทิตย์วันละ 1 องศา

ตารางที่ 1 ตารางการเกิดสุริยุปราคาจากซอฟต์แวร์ Stellarium

วันที่	สุริยุปราคา	ขนาดอุปราคา (เปอร์เซ็นต์)	ระยะห่างระหว่างโลกถึงดวงจันทร์ (กิโลเมตร)	ขนาดของดวงจันทร์ (กิโลเมตร)	เปรียบเทียบขนาดของดวงจันทร์ที่วัดได้กับขนาดของดวงจันทร์จริง (3,474 กิโลเมตร)
16 Feb 2018	บางส่วน	0.599	398,467	3,188	286
13 Jul 2018	บางส่วน	0.336	354,271	2,834	640
11 Sep 2018	บางส่วน	0.737	358,354	2,867	607
26 Dec 2019	วงแหวน	0.970	384,329	3,074	400
21 Jun 2020	วงแหวน	0.994	383,413	3,067	407
14 Dec 2020	เต็มดวง	1.025	358,250	2,866	608
1 May 2022	บางส่วน	0.640	394,401	3,155	319
25 Oct 2022	บางส่วน	0.862	373,359	2,987	487
20 Apr 2023	แบบผสม	0.944	370,157	2,961	513

สรุปผล

จากนั้นนำข้อมูล ระยะทางเข้าสู่สมการ เพื่อหาขนาดของดวงจันทร์ จะทำการเก็บข้อมูลตั้งแต่วันที่ 16 กุมภาพันธ์ 2561 จนถึงวันที่ 20 เมษายน 2566 จากการศึกษาพบว่าจะเกิดสุริยุปราคาแบบเต็มดวง 1 วัน มีขนาดของดวงจันทร์เท่ากับ 2,866 กิโลเมตร เกิดสุริยุปราคาแบบวงแหวน 2 วัน มีขนาดของดวงจันทร์เท่ากับ 3,074 และ 3,067 กิโลเมตร เกิดสุริยุปราคาแบบผสม 1 วัน มีขนาดของดวงจันทร์เท่ากับ 2,961 กิโลเมตร และเกิดสุริยุปราคาแบบบางส่วน 5 วัน มีขนาดของดวงจันทร์เท่ากับ 3,188 2,834 2,867 3,155 และ 2,987 กิโลเมตร

การเปรียบเทียบขนาดของดวงจันทร์ที่วัดได้ กับขนาดของดวงจันทร์จริง (3,474 กิโลเมตร) เมื่อเกิดสุริยุปราคาแบบเต็มดวง 1 วัน ต่างกันอยู่ 17.5 เปอร์เซ็นต์ เกิดสุริยุปราคาแบบวงแหวน 2 วัน ต่างกัน

อยู่ 11.5 และ 11.7 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ เกิดสุริยุปราคาแบบผสม 1 วัน ต่างกันอยู่ 14.7 เปอร์เซ็นต์ และเกิดสุริยุปราคาแบบบางส่วน 5 วัน ต่างกันอยู่ 8.2 18.4 17.4 9.1 และ 14.3 เปอร์เซ็นต์ ตามลำดับ

จากผลการทดลองพบว่าขนาดของดวงจันทร์ไม่คงที่ เพราะดวงจันทร์อยู่ไกลจากดวงอาทิตย์ และดวงจันทร์อยู่ใกล้โลก จึงเห็นขนาดของดวงจันทร์นั้นใหญ่กว่า และระยะห่างระหว่างโลกกับดวงจันทร์ไม่เท่ากัน เนื่องจากว่า โลกและดวงจันทร์มีวงโคจรที่เป็นวงรีที่มีระยะทางที่แปรปรวนตลอดเวลา นอกจากนี้ โลก และดวงจันทร์ยังได้รับแรงโน้มถ่วงจากกัน ซึ่งทำให้มีการเปลี่ยนแปลงในระยะห่างระหว่างทั้งสอง

กิตติกรรมประกาศ

คณะผู้วิจัยขอขอบคุณกลุ่มงานพัฒนาและส่งเสริมศักยภาพนักเรียนธรรมวิทยามูลนิธิ ยะลา (SPSD) ที่ให้ความอนุเคราะห์ข้อมูลและสนับสนุนงานวิจัยครั้งนี้

เอกสารอ้างอิง

คฑาไชย ทักษ์สิทธา, วนินทร สุภาพ และจักรกฤษ กลิ่นเอี่ยม. (2561). *การวิจัยเชิงปฏิบัติการเพื่อพัฒนาการจัดการเรียนรู้แบบค้นพบด้วยการแนะแนวทาง เรื่อง การประยุกต์ตรีโกณมิติ ที่ส่งเสริมการคิดเชิงคณิตศาสตร์ สำหรับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4* (วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต). พิษณุโลก: มหาวิทยาลัยนเรศวร

สถาบันวิจัยดาราศาสตร์แห่งชาติ (องค์การมหาชน). (2562). *การหาระยะห่างจากโลกถึงดวงจันทร์จากปรากฏการณ์สุริยุปราคา* (คู่มือการศึกษาโครงงานดาราศาสตร์). เชียงใหม่: สถาบันวิจัยดาราศาสตร์แห่งชาติ (องค์การมหาชน).

ศุภวิทย์ ถาวรบุตร. (2564). สุริยุปราคา พ.ศ. 2411:ข้อพิจารณาว่าด้วยหลักฐานและประวัติศาสตร์นิพนธ์. *วารสารประวัติศาสตร์ ธรรมศาสตร์, 8*(2): 34-57.

ศูนย์การเรียนรู้วิทยาศาสตร์โลกและดาราศาสตร์. (2561). สริยุปราคา. สืบค้นจาก http://www.lesa.biz/astronomy/astro-events/solar-eclipse/

Received: September 30, 2023 Revised: November 20, 2023
Accepted: December 13, 2023 Published: December 26, 2023

การคำนวณหาความเร็วเชิงมุม การกระจัดเชิงมุม และแรงตึงเส้นเชือกที่เป็นฟังก์ชันของเวลาสำหรับอนุภาคเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกาภายใต้แรงต้านอากาศ และแรงภายนอกโคไซน์ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา

Calculation of Time-dependent Angular Displacement Angular Velocity and Tension Force of Particle in the Pendulum Motion under Air Resistance Force and Cosine External Force

เอมอร วันเอก[1] และ อาทิตย์ หู้เต็ม[2*]
Aimon Wanaek [1] and Artit Hutem [2*]

[1] สาขาวิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุตรดิตถ์
[2] สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์
[1] Program of Physics Faculty of Science and Technology, Uttaradit Rajabhat University
[2] Program of Science Education, Faculty of Science and Technology, Phetchabun Rajabhat University
*artithutem@pcru.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการกระจัดเชิงมุม และความเร็วเชิงมุม และแรงตึงเส้นเชือกที่เป็นฟังก์ชันของเวลาของลูกตุ้มมวล m ซึ่งกำลังเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกา ภายใต้แรงภายนอกโคไซน์ $f_0\cos(\omega_f t)$ แรงต้านทานอากาศ $\vec{f}_d = -k_d\vec{v}$ ในระบบพิกัดเชิงขั้ว โดยใช้กฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน และใช้เทคนิคการอินทิเกรตทีละส่วนในการคำนวณการกระจัดเชิงมุม ผลงานวิจัยการกระจัดเชิงมุมแปรผันโดยตรงกับค่าของแรงเริ่มต้นแรงภายนอก f_0 และค่าแอมพลิจูดการสั่นระบบ θ_0 ผลงานวิจัยการกระจัดเชิงมุมแปรผกผันกับค่าความยาวเส้นเชือก ℓ และค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศ k_d

คำสำคัญ: การกระจัดเชิงมุม, ความเร็วเชิงมุม, แรงตึงเส้นเชือก, แรงภายนอกโคไซน์

Abstract

This research aimed to study for time-dependent angular displacement angular velocity and tension force of particle in the pendulum motion under the cosine external force $f_0\cos(\omega_f t)$ and air resistance force $\vec{f}_d = -k_d\vec{v}$ by use Newton's second law in polar coordinate. The angular displacement angular velocity and tension force can be evaluated by integration by parts. Then, the results were applied to create a graph with a computer program. The results show that the angular displacement is directly proportional to cosine external initial-force f_0 and initial-amplitude of oscillation θ_0. The results show that the angular displacement is inversely proportional to length ℓ and air resistance coefficient k_d.

Keywords: angular displacement, angular velocity, tension force, cosine external force

บทนำ

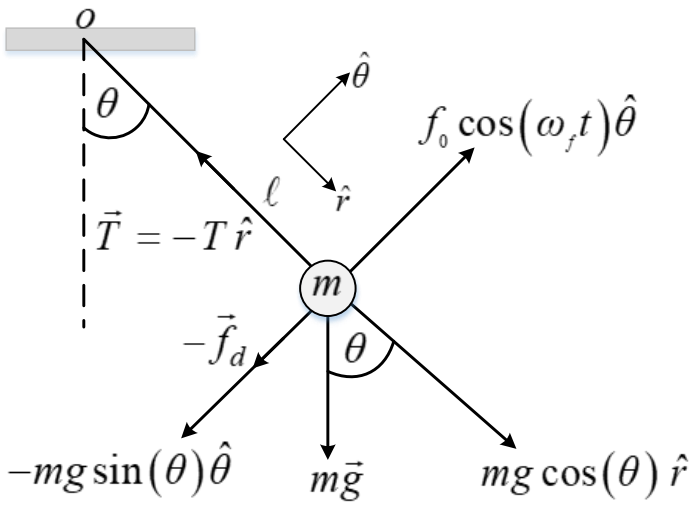
รายวิชากลศาสตร์คลาสสิก 1 ในหัวข้อการเคลื่อนที่แบบสั่นมีเนื้อหาเกี่ยวการเคลื่อนลูกตุ้มนาฬิกามวล m เคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกาแบบซิมเปิลเพนดูลัม (simple pendulum) ซึ่งมีการคำนวณเพื่อหาการกระจัดเชิงมุมของลูกตุ้มมวล m ที่เคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกา ซึ่งในระบบนี้พิจารณาพิกัดเชิงขั้ว แต่ไม่คิดแรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $f_0\cos(\omega_f t)$ ที่มากระทำต่อลูกตุ้มมวล m และไม่ได้คิดแรงต้านทานอากาศ $\vec{f}_d = -k_d\vec{v}$ ที่เป็นฟังก์ชันความเร็ว โดยได้การกระจัดเชิงมุมไซน์ที่ขึ้นอยู่กับเวลา และความถี่เชิงมุม และเฟสเริ่มต้น ในบทการเคลื่อนที่แบบสั่นมีการสั่นแบบมีแรงภายนอกกระทำต่ออนุภาคมวล m แต่ในหัวข้อเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกาไม่มีการคำนวณเกี่ยวกับแรงภายนอก และคำนวณหาแรงตึงเส้นเชือกของระบบซิมเปิลเพนดูลัม ส่วนรายวิชาปฏิบัติการฟิสิกส์ 1 มีปฏิบัติการทดลองเรื่องการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกาแบบซิมเปิลเพนดูลัม ด้วยซึ่งในปฏิบัติการทดลองนั้นได้มีการแกว่งลูกตุ้มนาฬิกานั้นเกิดการปะทะกันระหว่างมวลของลูกตุ้มกับมวลโมเลกุลของอากาศ ซึ่งอิทธิพลของแรงต้านทานอากาศส่งผลให้การกระจัดเชิงมุม และความเร็วเชิงมุมที่เป็นฟังก์ชันของเวลาแปรเปลี่ยน และในงานวิจัยนี้ได้มีการเพิ่มแรงภายอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลาไปกระทำต่อลูกตุ้มมวล m งานวิจัย Kharkongor และคณะได้แสดงวิธีการคำนวณการสั่นเรโซแนนซ์แบบแดมพ์ของลูกตุ้มเพนดูลัมภายใต้แรงภายนอกเป็นฟังก์ชันของเวลาเป็นฟังก์ชันโคไซน์มีการแสดงลักษณะของการกระจัดเชิงมุมที่เป็นสั่นแบบโคไซน์ ต่อมาในงานวิจัย Rafał K. แสดงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์และการคำนวณหาการกระจัดเชิงมุมของแดมพ์ของลูกตุ้ม 2 ลูก เพนดูลัม ซึ่งในงานวิจัยนี้ใช้ความยาวเส้นเชือก 1 เมตรได้แสดงค่าการกระจัดเชิงมุมที่เปรียบเทียบกับเวลา ดังนั้นงานวิจัยนี้ได้สร้างแบบจำลองทางฟิสิกส์ และคณิตศาสตร์ที่มีลักษณะการเคลื่อนที่ของลูกตุ้มมวล m เคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกาโดยมีแรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $f_0\cos(\omega_f t)$ มากระทำต้องลูกตุ้มมวล m เพื่อดูลักษณะการสั่นของลูกตุ้มนาฬิกา และมีการกำหนดขนาดของค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศอีกด้วย และมีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณหาการกระจัดเชิงมุม และความเร็วเชิงมุม และแรงตึงเส้นเชือกที่เป็นฟังก์ชันของเวลาการเคลื่อนที่ลูกตุ้มมวล m ที่เคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกา

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

งานวิจัยชิ้นนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณหาการกระจัดเชิงมุม ความเร็วเชิงมุม และแรงตึงเส้นเชือกที่เป็นฟังก์ชันของเวลาของลูกตุ้มมวล m ที่เคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกาอันเดอร์แดมพ์เพนดูลัม ภายใต้แรงภายนอกโคไซน์ $f_0\cos(\omega_f t)$ กระทำต้องลูกตุ้มมวล m และแรงต้านทานอากาศ $\vec{f}_d = -k_d\vec{v}$ โดยการกำหนดค่าพารามิเตอร์ความยาวเส้นเชือก ℓ ให้มีความสอดคล้องกับปฏิบัติการทดลองเรื่องการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกาแบบซิมเปิลเพนดูลัมในรายวิชาปฏิบัติการฟิสิกส์ 1

วิธีดำเนินการวิจัย

เมื่อดึงลูกตุ้มมวล m ให้เส้นเชือกที่มีความยาว ℓ เคลื่อนที่เบนออกจากแนวดิ่งเป็นมุม θ ด้วยแรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา ($f_0\cos(\omega_f t)$) ภายใต้แรงต้านทานอากาศ ($\vec{f}_d$) เมื่อปล่อยลูกตุ้มมวล m จะเห็นว่ามีแรง $-mg\sin(\theta)\hat{\theta}$ (แรงคืนตัวของลูกตุ้ม) พยายามดึงลูกตุ้มมวล m ให้กลับไป ณ ตำแหน่งสมดุลเดิม ทำให้ลูกตุ้มมวล m แกว่งกลับไปกลับมารอบตำแหน่งสมดุล ณ จุด o ในระบบพิกัดเชิงขั้วดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 การแตกแรงของลูกตุ้มมวล m ภายใต้แรงภายนอก $f_0\cos(\omega_f t)$ (Goldstein, 2002) และแรงต้านทานอากาศ $\vec{f}_d$ ในระบบพิกัดเชิงขั้ว (r,θ) ตามทิศเวกเตอร์ในแนวรัศมี $\hat{r}$ และในแนวมุม $\hat{\theta}$

ในงานวิจัยชิ้นนี้สนใจ ณ. เวลา t ใด ๆ ของลูกตุ้มมวล m ที่ถูกแรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $f_0\cos(\omega_f t)$ (Gitterman, 2010) กระทำต่อลูกตุ้มมวล m ภายใต้แรงแรงต้านทานอากาศ ดูการคำนวณมีการกระจัดเชิงมุม และความเร็วเชิงมุมที่เป็นฟังก์ชันของเวลา และในงานวิจัยนี้คำนวณหาแรงตึงเส้นเชือกที่เป็นฟังก์ชันของเวลาด้วยในระบบพิกัดเชิงขั้ว (r,θ) โดยที่ r คือรัศมีการเคลื่อนที่แบบวงกลม, θ คือการกระจัดเชิงมุม (Angular Displacement) ของการเคลื่อนที่แบบวงกลม จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน (Atamp, 1990)

$$\sum\vec{F} = m\vec{a}$$

$$m\vec{g} + \vec{T} - \vec{f}_d + f_0\cos(\omega_f t) = m\vec{a}$$

$$\left(mg\cos(\theta)\hat{r} - mg\sin(\theta)\hat{\theta}\right) - T\hat{r} - k_d\vec{v} + f_0\cos(\omega_f t)\hat{\theta} = m\vec{a} \qquad (1)$$

เนื่องจากแรงต้านทานอากาศเป็นฟังก์ชันของความเร็ว โดย k_d คือค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศ และ T คือแรงตึงเส้นเชือก ดังนั้นงานในวิจัยชิ้นนี้ใช้ความเร็วพิกัดเชิงขั้ว $\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$ และความเร่ง $\vec{a}$ ในระบบพิกัดเชิงขั้ว $\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\hat{r} + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\hat{\theta}$ แทนลงในสมการที่ (1) จะได้

$$\left(mg\cos(\theta)\hat{r} - mg\sin(\theta)\hat{\theta}\right) - T\hat{r} - k_d\left(\dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}\right) + f_0\cos(\omega_f t)\hat{\theta} = m\left(\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\hat{r} + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\hat{\theta}\right) \qquad (2)$$

งานวิจัยชิ้นนี้ได้กำหนดความยาวของเส้นเชือกเท่ากับ ℓ คือรัศมี ดังนั้น $r = \ell,\ \dot{r} = \ddot{r} = 0$ แทนลงในสมการที่ (2) ดังนั้นสมการที่ (2) สามารถเขียนได้ใหม่ ดังนี้

$$\left(mg\cos(\theta)\hat{r} - mg\sin(\theta)\hat{\theta}\right) - T\hat{r} - k_d\ell\dot{\theta}\hat{\theta} + f_0\cos(\omega_f t)\hat{\theta} = -m\ell\dot{\theta}^2\hat{r} + m\ell\ddot{\theta}\hat{\theta} \qquad (3)$$

จากสมการที่ (3) พิจารณา เวกเตอร์หนึ่งหน่วยแนวรัศมี $\hat{r}$ จะได้

$$mg\cos(\theta) - T = -m\ell\dot{\theta}^2 \tag{4}$$

จากสมการที่ (3) พิจารณา เวกเตอร์หนึ่งหน่วยแนวการกระจัดเชิงมุม $\hat{\theta}$ จะได้

$$-mg\sin(\theta) + f_0\cos(\omega_f t) - k_d\ell\dot{\theta} = m\ell\ddot{\theta}$$

$$m\ell\ddot{\theta} + k_d\ell\dot{\theta} + mg\sin(\theta) = f_0\cos(\omega_f t)$$

$$\ddot{\theta}(t) + \frac{k_d}{m}\dot{\theta}(t) + \frac{g}{\ell}\sin(\theta(t)) = \frac{f_0}{m\ell}\cos(\omega_f t) \tag{5}$$

จากการกระจายอนุกรมเทย์เลอร์ (Taylor) พบว่า

$$\sin(\theta(t)) = \theta(t) - \frac{(\theta(t))^3}{3!} + \frac{(\theta(t))^5}{5!} - \frac{(\theta(t))^7}{7!} + \cdots$$

เมื่อพิจารณาการแกว่งลูกตุ้มมวล m ที่มุม θ น้อย ๆ สามารถประมาณได้ว่า $\sin(\theta(t)) = \theta(t)$ แทนลงในสมการที่ (5) ดังนั้นสมการการเคลื่อนที่ของลูกตุ้มมวล m ที่เคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกาภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา และแรงต้านทานอากาศ ต่อมานิยาม $\omega_g^2 = g/\ell$ และ $2\alpha_d = 2k_d/m$ แทนลงในสมการที่ (5) ซึ่งสมการที่ (5) สามารถเขียนได้ ดังนี้

$$\ddot{\theta}(t) + 2\alpha_d\dot{\theta}(t) + \omega_g^2\theta(t) = \frac{f_0}{m\ell}\cos(\omega_f t)$$

$$\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + 2\alpha_d\frac{d\theta(t)}{dt} + \omega_g^2\theta(t) = \frac{f_0}{m\ell}\cos(\omega_f t) \tag{6}$$

สมการที่ (6) ถูกเรียกว่าสมการเชิงอนุพันธ์อันดับที่สองแบบไม่เอกพันธ์ ซึ่งสามารถหาผลเฉลยของสมการที่ (6) ได้ ดังนี้

$$\theta(t) = \theta_h(t) + \theta_i(t)$$

ทำการคำนวณหา $\theta_h(t)$ จากสมการ

$$\ddot{\theta}(t) + 2\alpha_d\dot{\theta}(t) + \omega_g^2\theta(t) = 0 \tag{7}$$

ทำการกำหนดผลเฉลย $\theta(t) = e^{\lambda t}$ และ $\dot{\theta}(t) = \lambda e^{\lambda t}$ และ $\ddot{\theta}(t) = \lambda^2 e^{\lambda t}$ นำไปแทนลงในสมการที่ (7) จะได้

$$\lambda^2 e^{\lambda t} + 2\alpha_d\lambda e^{\lambda t} + \omega_g^2 e^{\lambda t} = 0$$

$$\left(\lambda^2 + 2\alpha_d\lambda + \omega_g^2\right)e^{\lambda t} = 0$$

สมการช่วยในการหาผลเฉลยของสมการที่ (7) $\lambda^2 + 2\alpha_d\lambda + \omega_g^2 = 0$ แก้สมการหารากได้ดังนี้

$$\lambda = -\alpha_d \pm \sqrt{\alpha_d^2 - \omega_g^2}$$

ดังนั้นผลเฉลยของสมการที่ (7)

$$\theta_h(t) = e^{-\alpha_d t}\left(C_1 e^{\sqrt{\alpha_d^2-\omega_g^2}\,t} + C_2 e^{-\sqrt{\alpha_d^2-\omega_g^2}\,t}\right) \tag{8}$$

ซึ่งในงานวิจัยนี้พิจารณา $\omega_g^2 > \alpha_d^2$ ในกรณี อันเดอร์แดมพ์ (Underdamped) สถานการณ์ของระบบลักษณะนี้ จะเรียกว่าเป็น แดมพ์น้อยเกินไป

$$\sqrt{\alpha_d^2 - \omega_g^2} = \sqrt{-\left(\omega_g^2 - \alpha_d^2\right)} = \sqrt{-1}\sqrt{\left(\omega_g^2 - \alpha_d^2\right)} = i\omega_u \tag{9}$$

ทำการแทนสมการที่ (9) ลงในสมการที่ (8) จะได้

$$\theta_h(t) = e^{-\alpha_d t}\left(C_1 e^{i\omega_u t} + C_2 e^{-i\omega_u t}\right)$$
$$\theta_h(t) = e^{-\alpha_d t}\left(C_1\left(\cos(\omega_u t) + i\sin(i\omega_u t)\right) + C_2\left(\cos(\omega_u t) - i\sin(i\omega_u t)\right)\right)$$
$$\theta_h(t) = e^{-\alpha_d t}\left(\left(C_1 + C_2\right)\cos(\omega_u t) + \left(iC_1 - iC_2\ \right)\sin(i\omega_u t)\right)$$

เรากำหนดให้ $\left(C_1 + C_2\right) = \theta_0 \sin(\varphi)$ และ $\left(iC_1 - iC_2\ \right) = \theta_0 \cos(\varphi)$

$$\theta_h(t) = e^{-\alpha_d t}\left(\theta_0 \sin(\omega_u t)\cos(\varphi) + \theta_0 \cos(\omega_u t)\sin(\varphi)\right)$$
$$\theta_h(t) = e^{-\alpha_d t}\,\theta_0 \sin(\omega_u t + \varphi) \tag{10}$$

สมการที่ (10) เป็นผลเฉลยแบบเอกพันธ์ซึ่งไม่มีผลของแรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา และมีผลของแรงต้านทานอากาศ ตรงพารามิเตอร์สัมประสิทธิ์ α_d ต่อไปทำการคำนวณหาผลเฉลยเฉพาะของสมการที่ (6) โดยใช้วิธีการแปรตัวพารามิเตอร์ (Method of Variation of Parameters) (Riley and Hobson, 2006) ดังนี้

กำหนด $\theta_1(t) = e^{-\alpha_d t}\sin(\omega_u t)$ และ $\theta_2(t) = e^{-\alpha_d t}\cos(\omega_u t)$ และ $f(t) = \dfrac{f_0}{m\ell}\cos(\omega_f t)$

$$W = \begin{vmatrix} \theta_1(t) & \theta_2(t) \\ \theta_1'(t) & \theta_2'(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e^{-\alpha_d t}\sin(\omega_u t) & e^{-\alpha_d t}\cos(\omega_u t) \\ \omega_u e^{-\alpha_d t}\cos(\omega_u t) - \alpha_d e^{-\alpha_d t}\sin(\omega_u t) & -\omega_u e^{-\alpha_d t}\sin(\omega_u t) - \alpha_d e^{-\alpha_d t}\cos(\omega_u t) \end{vmatrix}$$
$$W = -\omega_u e^{-2\alpha_d t} \tag{11}$$

$$W_1 = \begin{vmatrix} 0 & \theta_2(t) \\ f(t) & \theta_2'(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & e^{-\alpha_d t}\cos(\omega_u t) \\ \dfrac{f_0}{m\ell}\cos(\omega_f t) & -\omega_u e^{-\alpha_d t}\sin(\omega_u t) - \alpha_d e^{-\alpha_d t}\cos(\omega_u t) \end{vmatrix}$$
$$W_1 = -\frac{f_0}{m\ell}e^{-\alpha_d t}\cos(\omega_u t)\cos(\omega_f t) \tag{12}$$

$$W_2 = \begin{vmatrix} \theta_1(t) & 0 \\ \theta_1'(t) & f(t) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e^{-\alpha_d t}\sin(\omega_u t) & 0 \\ \omega_u e^{-\alpha_d t}\cos(\omega_u t) - \alpha_d e^{-\alpha_d t}\sin(\omega_u t) & \dfrac{f_0}{m\ell}\cos(\omega_f t) \end{vmatrix}$$
$$W_2 = \frac{f_0}{m\ell}e^{-\alpha_d t}\sin(\omega_u t)\cos(\omega_f t) \tag{13}$$

จากนิยาม

$$\frac{du_1(t)}{dt} = \frac{W_1}{W}$$
$$u_1(t) = \int_0^t \frac{W_1}{W}\,dt = \frac{f_0}{m\ell\omega_u}\int_0^t e^{\alpha_d t}\cos(\omega_u t)\cos(\omega_f t)\,dt$$

จากสมการข้างต้น ใช้เอกลักษณ์ตรีโกณมิติ $2\cos(A)\cos(B) = \cos(A-B) + \cos(A+B)$ (Murray and John, 1999) สามารถเขียน $u_1(t)$ ได้ใหม่ คือ

$$u_1(t) = \frac{f_0}{2m\ell\omega_u}\int_0^t e^{\alpha_d t}\left(\cos\left(\left(\omega_u - \omega_f\right)t\right) + \cos\left(\left(\omega_u + \omega_f\right)t\right)\right)dt \tag{14}$$

จากสมการที่ (14) ใช้เทคนิคการอินทิเกรตทีละส่วน (Murray and John, 1999) จะได้

$$u_1(t) = \frac{f_0}{2m\ell\omega_u}\left(\frac{e^{\alpha_d t}\left(\alpha_d\cos\left(\left(\omega_u - \omega_f\right)t\right) + \left(\omega_u - \omega_f\right)\sin\left(\left(\omega_u - \omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2 + \left(\omega_u - \omega_f\right)^2}\right.$$

$$+\frac{e^{\alpha_d t}\left(\alpha_d \cos\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)+\left(\omega_u+\omega_f\right)\sin\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}\Bigg)$$

$$-\frac{f_0}{2m\ell\omega_u}\left(\frac{\alpha_d}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}+\frac{\alpha_d}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}\right) \tag{15}$$

จากนิยาม

$$\frac{du_2(t)}{dt}=\frac{W_2}{W}$$

$$u_2(t)=\int_0^t \frac{W_2}{W}\,dt=-\frac{f_0}{m\ell\omega_u}\int_0^t e^{\alpha_d t}\sin\left(\omega_u t\right)\cos\left(\omega_f t\right)\,dt$$

$$u_2(t)=-\frac{f_0}{2m\ell\omega_u}\int_0^t e^{\alpha_d t}\left(\sin\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)+\sin\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)\right)\,dt$$

$$u_2(t)=-\frac{f_0}{2m\ell\omega_u}\Bigg(\frac{e^{\alpha_d t}\left(\alpha_d \sin\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)-\left(\omega_u-\omega_f\right)\cos\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}$$

$$+\frac{e^{\alpha_d t}\left(\alpha_d \sin\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)-\left(\omega_u+\omega_f\right)\cos\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}\Bigg)$$

$$+\frac{f_0}{2m\ell\omega_u}\left(-\frac{\left(\omega_u-\omega_f\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}-\frac{\left(\omega_u+\omega_f\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}\right) \tag{16}$$

ดังนั้นผลเฉลยเฉพาะของสมการที่ (6) เป็นดังนี้ $\theta_i(t)=u_1(t)\theta_1(t)+u_2(t)\theta_2(t)$

$$\theta_i(t)=\frac{f_0\,e^{-\alpha_d t}\sin\left(\omega_u t\right)}{2m\ell\omega_u}\Bigg(\frac{e^{\alpha_d t}\left(\alpha_d \cos\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)+\left(\omega_u-\omega_f\right)\sin\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}-\frac{\alpha_d}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}$$

$$-\frac{\alpha_d}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}+\frac{e^{\alpha_d t}\left(\alpha_d \cos\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)+\left(\omega_u+\omega_f\right)\sin\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}\Bigg)$$

$$-\frac{f_0\,e^{-\alpha_d t}\cos\left(\omega_u t\right)}{2m\ell\omega_u}\Bigg(\frac{\left(\omega_u-\omega_f\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}+\frac{\left(\omega_u+\omega_f\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}$$

$$+\frac{e^{\alpha_d t}\left(\alpha_d \sin\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)-\left(\omega_u-\omega_f\right)\cos\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}$$

$$+\frac{e^{\alpha_d t}\left(\alpha_d \sin\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)-\left(\omega_u+\omega_f\right)\cos\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}\Bigg) \tag{17}$$

Journal of Earth Science, Astronomy and Space
Vol. 6 No. 1 ISSN 2673-0480 (Online)

การกระจัดเชิงมุมของลูกตุ้มมวล m คือนำสมการที่ (10) และสมการที่ (17) มาบวกกันจะได้

$$\theta(t)=\theta_0 e^{-\alpha_d t}\sin(\omega_u t+\varphi)+\frac{f_0\sin(\omega_u t)}{2m\ell\omega_u}\left(\frac{\left(\alpha_d\cos\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)+\left(\omega_u-\omega_f\right)\sin\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}\right.$$
$$-\frac{\alpha_d e^{-\alpha_d t}}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}-\frac{\alpha_d e^{-\alpha_d t}}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}+\left.\frac{\left(\alpha_d\cos\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)+\left(\omega_u+\omega_f\right)\sin\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}\right)$$
$$-\frac{f_0\cos(\omega_u t)}{2m\ell\omega_u}\left(\frac{\left(\omega_u-\omega_f\right)e^{-\alpha_d t}}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}+\frac{\left(\alpha_d\sin\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)-\left(\omega_u-\omega_f\right)\cos\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}\right.$$
$$\left.+\frac{\left(\omega_u+\omega_f\right)e^{-\alpha_d t}}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}+\frac{\left(\alpha_d\sin\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)-\left(\omega_u+\omega_f\right)\cos\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}\right) \tag{18}$$

สมการที่ (18) คือการกระจัดเชิงมุม (Angular Displacement) ที่เป็นฟังก์ชันของเวลาที่มีผลของแรงภายนอก $f_0\cos\left(\omega_f t\right)$ โดยที่ f_0 เป็นแรงภายนอกเริ่มต้น $\omega_f=2\pi f$ และมีผลของแรงต้านทานอากาศ $\vec{f}_d=-k_d\vec{v}$ โดยที่ k_d เป็นค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศ งานวิจัยชิ้นนี้ยังสามารถคำนวณเกี่ยวกับ ความเร็วเชิงมุม (Angular Velocity) ของลูกตุ้มมวล m โดยหาอนุพันธ์ของสมการที่ (18) เทียบกับเวลาดังนี้

$$\dot{\theta}(t)=\theta_0\omega_u e^{-\alpha_d t}\cos(\omega_u t+\varphi)-\theta_0\alpha_d e^{-\alpha_d t}\sin(\omega_u t+\varphi)$$
$$+\frac{f_0\cos(\omega_u t)}{2m\ell}\left(\frac{\left(\alpha_d\cos\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)+\left(\omega_u-\omega_f\right)\sin\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}-\frac{\alpha_d e^{-\alpha_d t}}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}\right.$$
$$\left.-\frac{\alpha_d e^{-\alpha_d t}}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}+\frac{\left(\alpha_d\cos\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)+\left(\omega_u+\omega_f\right)\sin\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}\right)$$
$$+\frac{f_0\sin(\omega_u t)}{2m\ell\omega_u}\left(\frac{\alpha_d^2 e^{-\alpha_d t}}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}+\frac{\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)^2\cos\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)-\alpha_d\left(\omega_u-\omega_f\right)\sin\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}\right.$$
$$\left.+\frac{\alpha_d^2 e^{-\alpha_d t}}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}+\frac{\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)^2\cos\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)-\alpha_d\left(\omega_u+\omega_f\right)\sin\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}\right)$$
$$+\frac{f_0\sin(\omega_u t)}{2m\ell}\left(\frac{\left(\omega_u-\omega_f\right)e^{-\alpha_d t}}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}+\frac{\left(\alpha_d\sin\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)-\left(\omega_u-\omega_f\right)\cos\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}\right.$$

$$+\frac{\left(\omega_u+\omega_f\right)e^{-\alpha_d t}}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}+\frac{\left(\alpha_d\sin\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)-\left(\omega_u+\omega_f\right)\cos\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}\Bigg)$$

$$-\frac{f_0\cos\left(\omega_u t\right)}{2m\ell\omega_u}\Bigg(\frac{\left(\alpha_d\left(\omega_u-\omega_f\right)\cos\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2\sin\left(\left(\omega_u-\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}-\frac{\alpha_d\left(\omega_u-\omega_f\right)e^{-\alpha_d t}}{\alpha_d^2+\left(\omega_u-\omega_f\right)^2}$$

$$+\frac{\left(\alpha_d\left(\omega_u+\omega_f\right)\cos\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2\sin\left(\left(\omega_u+\omega_f\right)t\right)\right)}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}-\frac{\alpha_d\left(\omega_u+\omega_f\right)e^{-\alpha_d t}}{\alpha_d^2+\left(\omega_u+\omega_f\right)^2}\Bigg) \qquad (19)$$

สมการที่ (19) คือความเร็วเชิงมุมที่เป็นฟังก์ชันของเวลาที่มีผลของแรงภายนอก $f_0\cos\left(\omega_f t\right)$ (Quiroga and Ospina-Henao, 2017) โดยที่ f_0 เป็นแรงภายนอกเริ่มต้น $\omega_f=2\pi f$ และมีผลของแรงต้านทานอากาศ $\vec{f}_d=-k_d\vec{v}$ โดยที่ k_d เป็นค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศ งานวิจัยชิ้นนี้ยังสามารถคำนวณเกี่ยวกับแรงตึกเส้นเชือก จากสมการที่ (4) เราสามารถคำนวณหาแรงตึงเส้นเชือกของลูกตุ้มมวล m ได้ โดยเราทำการกระจายอนุกรมเทยเลอร์ (Taylor) ของ

$$\cos\left(\theta(t)\right)\approx 1-\frac{\left(\theta(t)\right)^2}{2!}+\frac{\left(\theta(t)\right)^4}{4!}-\frac{\left(\theta(t)\right)^6}{6!}+\cdots$$

เมื่อพิจารณาการแกว่งของลูกตุ้มมวล m ที่มุม θ น้อย ๆ เราสามารถประมาณได้ว่า

$$\cos\left(\theta(t)\right)=1-\frac{\left(\theta(t)\right)^2}{2!}$$

สมการที่ (4) สามารถเขียนได้ในกรณีที่มุมในการแกว่งน้อยดังนี้

$$mg\cos(\theta)-T=-m\ell\dot{\theta}^2$$

$$mg\left(1-\frac{\left(\theta(t)\right)^2}{2!}\right)-T=-m\ell\dot{\theta}^2$$

$$T_t(t)=mg\left(1-\frac{\left(\theta(t)\right)^2}{2!}\right)+m\ell\dot{\theta}^2 \qquad (20)$$

นำสมการที่ (18) การกระจัดเชิงมุมที่เป็นฟังก์ชันของเวลา และสมการที่ (19) ความเร็วเชิงมุมที่เป็นฟังก์ชันของเวลาของอนุภาคมวล m แทนลงในสมการที่ (20) จะได้กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงตึงเส้นเชือก (Coulton and Foote, 2009) กับเวลาที่ขึ้นอยู่กับพารามิเตอร์ความยาวเส้นเชือก ℓ และพารามิเตอร์ของแรงเริ่มต้นภายนอก f_0

Journal of Earth Science, Astronomy and Space
Vol. 6 No. 1 ISSN 2673-0480 (Online)

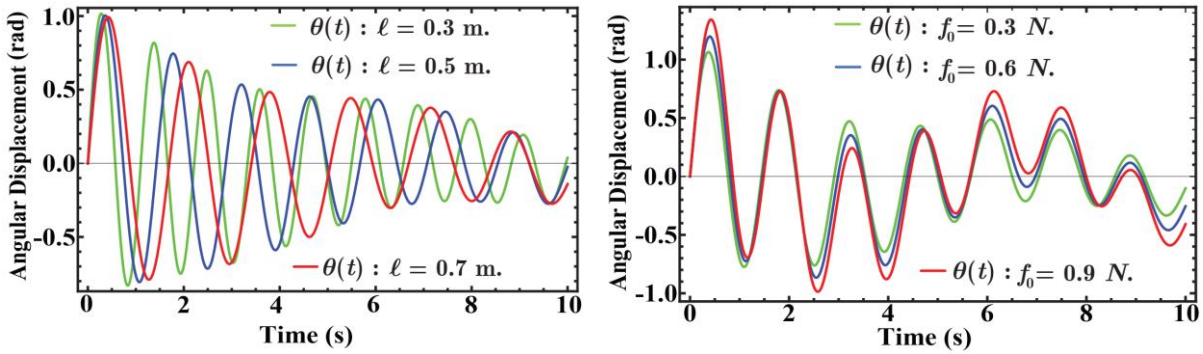
ตารางที่ 1 แสดงความสัมพันธ์ของตัวแปรต้น, ตัวแปรตาม, และตัวแปรควบคุม

ปริมาณคำนวณ(ตัวแปรตาม)	ตัวแปรควบคุม	ตัวแปรต้น
การกระจัดเชิงมุม $(\theta(t))$	$m=0.25kg, \theta_0=1\,a.u.\ f_0=0.15\ N$ $f=0.15Hz\ g=9.8\ m/s^2$ $k_d=0.16$ a.u.	$\ell=0.3$ เมตร(m) $\ell=0.5$ เมตร(m) $\ell=0.7$ เมตร(m)
	$m=0.25kg, \theta_0=1\,a.u.\ \ell=0.5\ m$ $f=0.15Hz\ g=9.8\ m/s^2$ $k_d=0.16$ a.u.	$f_0=0.3$ นิวตัน(N) $f_0=0.6$ นิวตัน(N) $f_0=0.9$ นิวตัน(N)
	$m=0.25kg, \theta_0=1\,a.u.\ f_0=0.15\ N$ $f=0.15Hz\ g=9.8\ m/s^2\ \ell=0.5\ m$	$k_d=0.12$ a.u. $k_d=0.14$ a.u. $k_d=0.16$ a.u.
	$m=0.25kg, f_0=0.15\ N\ \ell=0.5\ m$ $f=0.15Hz\ g=9.8\ m/s^2$ $k_d=0.16$ a.u.	$\theta_0=0.5$ a.u. $\theta_0=0.6$ a.u. $\theta_0=0.7$ a.u.
ความเร็วเชิงมุม $(\dot{\theta}(t))$	$m=0.25kg, \theta_0=1\,a.u.\ f_0=0.15\ N$ $f=0.15Hz\ g=9.8\ m/s^2$ $k_d=0.16$ a.u.	$\ell=0.3$ เมตร(m) $\ell=0.5$ เมตร(m) $\ell=0.7$ เมตร(m)
	$m=0.25kg, \theta_0=1\,a.u.\ \ell=0.5\ m$ $f=0.15Hz\ g=9.8\ m/s^2$ $k_d=0.16$ a.u.	$f_0=0.3$ นิวตัน(N) $f_0=0.6$ นิวตัน(N) $f_0=0.9$ นิวตัน(N)
	$m=0.25kg, \theta_0=1\,a.u.\ f_0=0.15\ N$ $f=0.15Hz\ g=9.8\ m/s^2\ \ell=0.5\ m$	$k_d=0.12$ a.u. $k_d=0.14$ a.u. $k_d=0.16$ a.u.
	$m=0.25kg, f_0=0.15\ N\ \ell=0.5\ m$ $f=0.15Hz\ g=9.8\ m/s^2$ $k_d=0.16$ a.u.	$\theta_0=0.5$ a.u. $\theta_0=0.6$ a.u. $\theta_0=0.7$ a.u.
แรงตึงเชือก $(T_t(t))$	$m=0.25kg, \theta_0=1\,a.u.\ f_0=0.15\ N$ $f=0.15Hz\ g=9.8\ m/s^2$ $k_d=0.16$ a.u.	$\ell=0.3$ เมตร(m) $\ell=0.5$ เมตร(m) $\ell=0.7$ เมตร(m)
	$m=0.25kg, \theta_0=1\,a.u.\ \ell=0.5\ m$ $f=0.15Hz\ g=9.8\ m/s^2$ $k_d=0.16$ a.u.	$f_0=0.3$ นิวตัน(N) $f_0=0.6$ นิวตัน(N) $f_0=0.9$ นิวตัน(N)
	$m=0.25kg, \theta_0=1\,a.u.\ f_0=0.15\ N$ $f=0.15Hz\ g=9.8\ m/s^2\ \ell=0.5\ m$	$k_d=0.12$ a.u. $k_d=0.14$ a.u. $k_d=0.16$ a.u.

$m = 0.25kg$, $f_0 = 0.15\ N$ $\ell = 0.5\ m$	$\theta_0 = 0.5$ a.u.
$f = 0.15Hz$ $g = 9.8\ m/s^2$	$\theta_0 = 0.6$ a.u.
$k_d = 0.16$ a.u.	$\theta_0 = 0.7$ a.u.

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

จากสมการที่ (18) เป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างการกระจัดเชิงมุมกับเวลา ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้แสดงกราฟการกระจัดเชิงมุม 4 ลักษณะตามตัวแปรต้น เช่น ความยาวเส้นเชือกที่เปลี่ยนค่าจาก $\ell = 0.3 \rightarrow 0.7$ เมตร และค่าของแรงเริ่มต้นแรงภายนอกที่เปลี่ยนจาก $f_0 = 0.3 \rightarrow 0.9$ นิวตัน และค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศ $k_d = 0.12 \rightarrow 0.16$ a.u. และค่าแอมพลิจูด $\theta_0 = 0.5 \rightarrow 0.7$ a.u. เป็นต้น ดังรูปที่ 2 (ก) และ 2(ข) และรูปที่ 3 (ก) และ 3(ข)

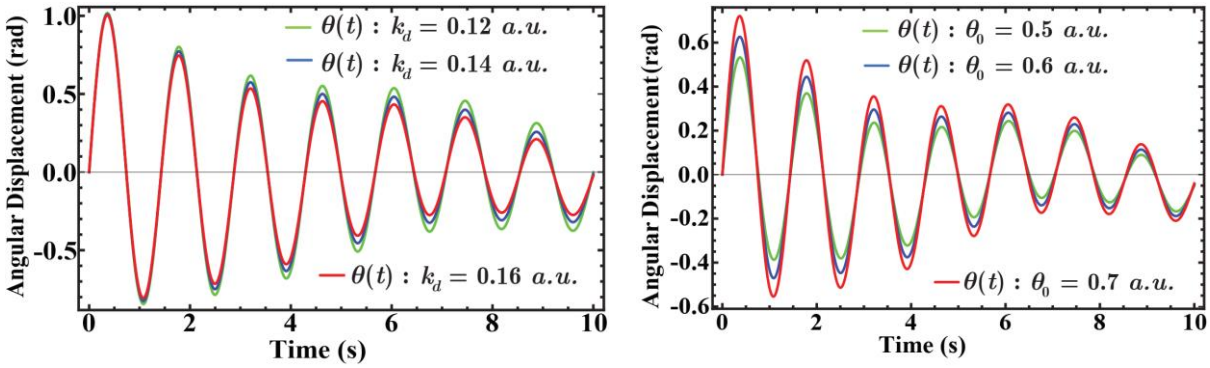


(ก) (ข)

รูปที่ 2 (ก) แสดงกราฟการกระจัดเชิงมุมที่เป็นฟังก์ชันของเวลาเมื่อ ขนาดความยาวเส้นเชือกที่เปลี่ยนค่าจาก $\ell = 0.3 \rightarrow 0.7$ เมตร (ข) แสดงกราฟการกระจัดเชิงมุมที่เป็นฟังก์ชันของเวลาเมื่อ ค่าของแรงเริ่มต้นแรงภายนอกที่เปลี่ยนจาก $f_0 = 0.3 \rightarrow 0.9$ นิวตัน

จากรูปที่ 2 (ก) กราฟสีเขียวแสดงลักษณะการสั่นของการกระจัดเชิงมุมเมื่อค่าขนาดความยาวเส้นเชือก $\ell = 0.3$ เมตร กราฟสีน้ำเงินแสดงลักษณะการสั่นของการกระจัดเชิงมุมเมื่อค่าขนาดความยาวเส้นเชือก $\ell = 0.5$ เมตร กราฟสีแดงแสดงลักษณะการสั่นของการกระจัดเชิงมุมเมื่อค่าขนาดความยาวเส้นเชือก $\ell = 0.7$ เมตร ถ้าค่าขนาดความยาวเส้นเชือกเพิ่มมากขึ้นจะส่งผลให้ลักษณะการสั่นของการกระจัดเชิงมุมตรงแอมพลิจูดมีขนาดลดลง แต่ค่าของความยาวคลื่นของการสั่นของการกระจัดเชิงมุมมีขนาดเพิ่มขึ้นจากเส้นกราฟสีเขียวไปเป็นเส้นกราฟสีแดงซึ่งมีค่าความยาวคลื่นมาก ลักษณะการสั่นของการกระจัดเชิงมุมเป็นแบบ อันเดอร์แดมพ์ จากรูปที่ 2 (ข) ถ้าค่าของแรงเริ่มต้นแรงภายนอกเพิ่มมากขึ้นแอมพลิจูดของลักษณะการสั่นของการกระจัดเชิงมุมมีขนาดเพิ่มขึ้นแต่ลักษณะการสั่นของการกระจัดเชิงมุมจะไม่ใช่ อันเดอร์แดมพ์ (Jin Wang et.al., 2022) จะกลายเป็น คลื่นกลุ่ม (wave group)

Journal of Earth Science, Astronomy and Space
Vol. 6 No. 1 ISSN 2673-0480 (Online)

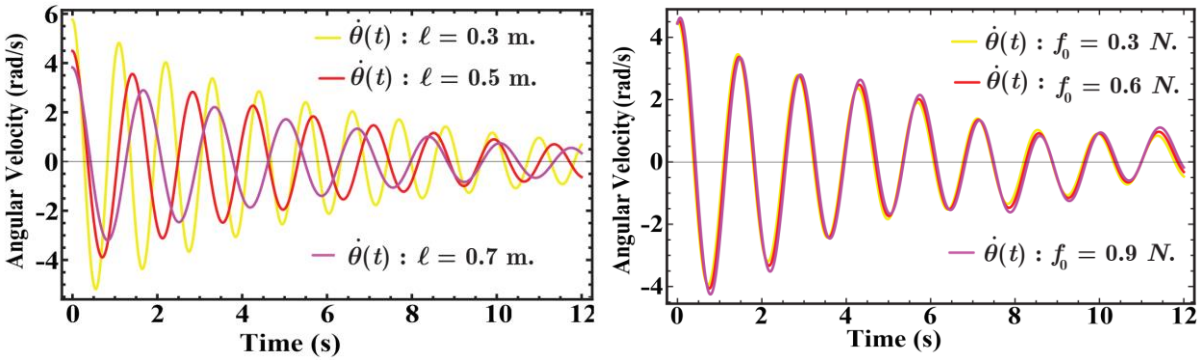


(ก) (ข)

รูปที่ 3 (ก) แสดงกราฟการกระจัดเชิงมุมที่เป็นฟังก์ชันของเวลาเมื่อ ค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศเปลี่ยนจาก $k_d = 0.12 \rightarrow 0.16 \text{a.u.}$ (ข) แสดงกราฟการกระจัดเชิงมุมที่เป็นฟังก์ชันของเวลาเมื่อ ค่าแอมพลิจูดการสั่นระบบเปลี่ยนจาก $\theta_0 = 0.5 \rightarrow 0.7 \text{a.u.}$

จากรูปที่ 3 (ก) กราฟสีเขียวแสดงลักษณะการสั่นของการกระจัดเชิงมุมเมื่อค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศ $k_d = 0.12 \text{a.u.}$ กราฟสีน้ำเงินแสดงลักษณะการสั่นของการกระจัดเชิงมุมเมื่อค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศ $k_d = 0.14 \text{a.u.}$ กราฟสีแดงแสดงลักษณะการสั่นของการกระจัดเชิงมุมเมื่อค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศ $k_d = 0.16 \text{a.u.}$ ถ้าค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศมีค่าเพิ่มขึ้น แอมพลิจูดลักษณะการสั่นของการกระจัดเชิงมุมลดลง แสดงว่าค่าพารามิเตอร์ค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศแปรผกผันกับลักษณะการสั่นของการกระจัดเชิงมุม จากรูปที่ 3 (ข) กราฟสีเขียวแสดงลักษณะการสั่นของการกระจัดเชิงมุมเมื่อค่าแอมพลิจูดการสั่นระบบ $\theta_0 = 0.5 \text{ a.u.}$ กราฟสีน้ำเงินแสดงลักษณะการสั่นของการกระจัดเชิงมุมเมื่อค่าแอมพลิจูดการสั่นระบบ $\theta_0 = 0.6 \text{ a.u.}$ กราฟสีแดงแสดงลักษณะการสั่นของการกระจัดเชิงมุมเมื่อค่าแอมพลิจูดการสั่นระบบ $\theta_0 = 0.7 \text{ a.u.}$ โดยค่า $\theta_0 = 0.5 \rightarrow 0.7 \text{a.u.}$ ได้นำค่าโดยประมาณมาจากงานวิจัย Rafat K. (Rafat, 2016) ถ้าค่าแอมพลิจูดการสั่นระบบเพิ่มมากขึ้น จะทำให้ลักษณะแอมพลิจูดการสั่นของการกระจัดเชิงมุมลูกตุ้มมวล m มีขนาดเพิ่มมากขึ้นเมื่อเวลาผ่าน แสดงว่า ค่าพารามิเตอร์แอมพลิจูดการสั่นแปรผันโดยตรงกับการกระจัดเชิงมุม (อันเดอร์แดมพ์)

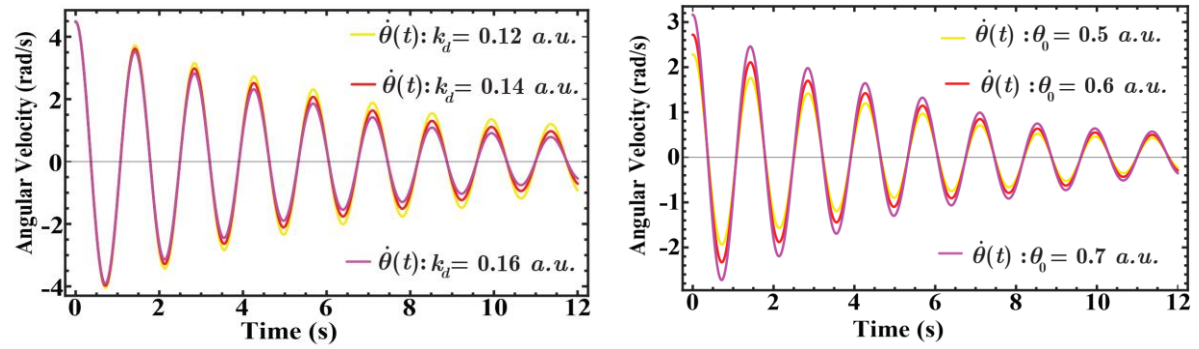
จากสมการที่ (19) เป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วเชิงมุมกับเวลา ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้แสดงกราฟความเร็วเชิงมุมมี 4 ลักษณะตามตัวแปรต้น เช่น ความยาวเส้นเชือกที่เปลี่ยนค่าจาก $\ell = 0.3 \rightarrow 0.7$ เมตร และค่าของแรงเริ่มต้นแรงภายนอกที่เปลี่ยนจาก $f_0 = 0.3 \rightarrow 0.9$ นิวตัน และค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศเปลี่ยนจาก $k_d = 0.12 \rightarrow 0.16 \text{a.u.}$ (Pouya et.al., 2014) และค่าแอมพลิจูดของการสั่นของความเร็วเชิงมุมเปลี่ยนจาก $\theta_0 = 0.5 \rightarrow 0.7 \text{a.u.}$ เป็นต้น ดังรูปที่ 4 (ก) และ 4(ข) และรูปที่ 5 (ก) และ 5(ข)



(ก) (ข)

รูปที่ 4 (ก) แสดงกราฟความเร็วเชิงมุมที่เป็นฟังก์ชันของเวลาเมื่อ ขนาดความยาวเส้นเชือกที่เปลี่ยนค่าจาก $\ell = 0.3 \rightarrow 0.7$ เมตร (ข) แสดงกราฟความเร็วเชิงมุมที่เป็นฟังก์ชันของเวลาเมื่อ ค่าของแรงเริ่มต้นแรงภายนอกที่เปลี่ยนจาก $f_0 = 0.3 \rightarrow 0.9$ นิวตัน

จากรูปที่ 4 (ก) กราฟสีเหลืองแสดงลักษณะการสั่นของความเร็วเชิงมุมเมื่อค่าขนาดความยาวเส้นเชือก $\ell = 0.3$ เมตร กราฟสีแดงแสดงลักษณะการสั่นของความเร็วเชิงมุมเมื่อค่าขนาดความยาวเส้นเชือก $\ell = 0.5$ เมตร กราฟสีชมพูแสดงลักษณะการสั่นของความเร็วเชิงมุมเมื่อค่าขนาดความยาวเส้นเชือก $\ell = 0.7$ เมตร ถ้าค่าขนาดความยาวเส้นเชือกเพิ่มมากขึ้นจะส่งผลให้ลักษณะการสั่นของความเร็วเชิงมุมตรงแอมพลิจูดมีขนาดลดลง แต่ค่าของความยาวคลื่นของการสั่นของความเร็วเชิงมุมมีขนาดเพิ่มขึ้นจากเส้นกราฟสีเหลืองไปเป็นเส้นกราฟสีชมพูซึ่งมีค่าความยาวคลื่นมาก ลักษณะการสั่นของความเร็วเชิงมุมเป็นแบบ อันเดอร์แดมพ์ ซึ่งผลการคำนวณความเร็วเชิงมุม



(ก) (ข)

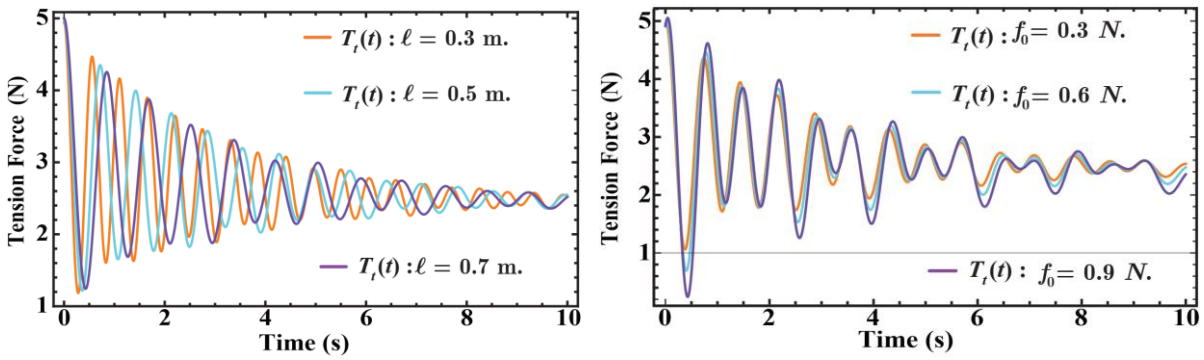
รูปที่ 5 (ก) แสดงกราฟความเร็วเชิงมุมที่เป็นฟังก์ชันของเวลาเมื่อ ค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศเปลี่ยนจาก $k_d = 0.12 \rightarrow 0.16$ a.u. (ข) แสดงกราฟความเร็วเชิงมุมที่เป็นฟังก์ชันของเวลาเมื่อ ค่าแอมพลิจูดการสั่นระบบเปลี่ยนจาก $\theta_0 = 0.5 \rightarrow 0.7$ a.u.

จากรูปที่ 5 (ก) กราฟสีเหลืองแสดงลักษณะการสั่นของความเร็วเชิงมุมเมื่อค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศ $k_d = 0.12$ a.u. กราฟสีแดงแสดงลักษณะการสั่นของความเร็วเชิงมุมเมื่อค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศ $k_d = 0.14$ a.u. กราฟสีชมพูแสดงลักษณะการสั่นของความเร็วเชิงมุมเมื่อค่าสัมประสิทธิ์

Journal of Earth Science, Astronomy and Space
Vol. 6 No. 1 ISSN 2673-0480 (Online)

แรงต้านทานอากาศ $k_d = 0.16\,\text{a.u.}$ ถ้าค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศมีค่าเพิ่มขึ้น แอมพลิจูดลักษณะการสั่นของความเร็วเชิงมุมลดลง แสดงว่าค่าพารามิเตอร์ค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศแปรผกผันกับลักษณะการสั่นของการความเร็วเชิงมุม จากรูปที่ 5 (ข) กราฟสีเหลืองแสดงลักษณะการสั่นของความเร็วเชิงมุมเมื่อค่าแอมพลิจูดการสั่นระบบ $\theta_0 = 0.5\,\text{a.u.}$ กราฟสีแดงแสดงลักษณะการสั่นของความเร็วเชิงมุมเมื่อค่าแอมพลิจูดการสั่นระบบ $\theta_0 = 0.6\,\text{a.u.}$ กราฟสีชมพูแสดงลักษณะการสั่นของความเร็วเชิงมุมเมื่อค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศ $\theta_0 = 0.7\,\text{a.u.}$ ถ้าค่าค่าแอมพลิจูดการสั่นระบบเพิ่มมากขึ้น จะทำให้ลักษณะแอมพลิจูดการสั่นของความเร็วเชิงมุมลูกตุ้มมวล m มีขนาดเพิ่มมากขึ้นเมื่อเวลาผ่าน แสดงว่า ค่าพารามิเตอร์แอมพลิจูดการสั่นแปรผันโดยตรงกับความเร็วเชิงมุม (อันเดอร์แดมพ์)

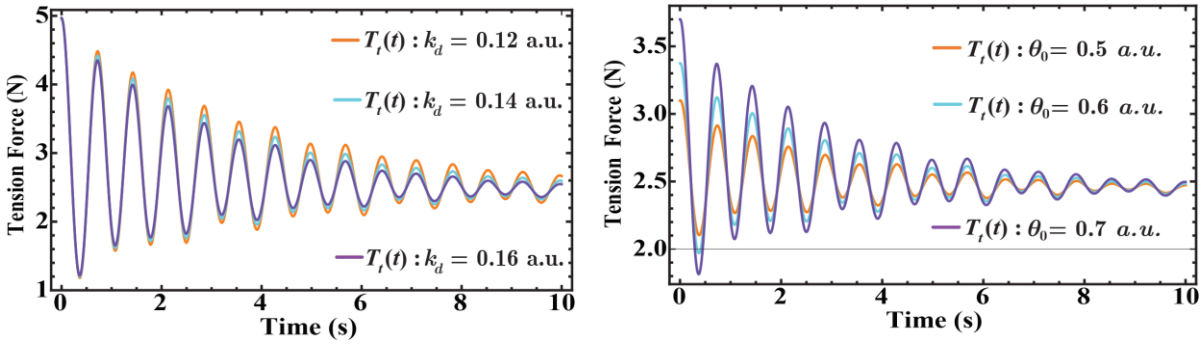
จากสมการที่ (20) เป็นการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างแรงตึงเส้นเชือกกับเวลา ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้แสดงกราฟแรงตึงเส้นเชือกมี 4 ลักษณะตามตัวแปรต้น เช่น ความยาวเส้นเชือกที่เปลี่ยนค่าจาก $\ell = 0.3 \rightarrow 0.7$ เมตร และค่าของแรงเริ่มต้นแรงภายนอกที่เปลี่ยนจาก $f_0 = 0.3 \rightarrow 0.9$ นิวตัน และค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศเปลี่ยนจาก $k_d = 0.12 \rightarrow 0.16\,\text{a.u.}$ และค่าแอมพลิจูดของการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกเปลี่ยนจาก $\theta_0 = 0.5 \rightarrow 0.7\,\text{a.u.}$ เป็นต้น ดังรูปที่ 6 (ก) และ 6 (ข) และรูปที่ 7 (ก) และ 7 (ข)



(ก) (ข)

รูปที่ 6 (ก) แสดงกราฟแรงตึงเส้นเชือกที่เป็นฟังก์ชันของเวลาเมื่อ ขนาดความยาวเส้นเชือกที่เปลี่ยนค่าจาก $\ell = 0.3 \rightarrow 0.7$ เมตร (ข) แสดงกราฟแรงตึงเส้นเชือกที่เป็นฟังก์ชันของเวลาเมื่อ ค่าของแรงเริ่มต้นแรงภายนอกที่เปลี่ยนจาก $f_0 = 0.3 \rightarrow 0.9$ นิวตัน

จากรูปที่ 6 (ก) กราฟสีน้ำตาลแสดงลักษณะการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกเมื่อค่าขนาดความยาวเส้นเชือก $\ell = 0.3\,m$ กราฟสีฟ้าน้ำทะเลแสดงลักษณะการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกเมื่อค่าขนาดความยาวเส้นเชือก $\ell = 0.5\,m$ กราฟสีม่วงแสดงลักษณะการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกเมื่อค่าขนาดความยาวเส้นเชือก $\ell = 0.7\,m$ ถ้าค่าขนาดความยาวเส้นเชือกเพิ่มมากขึ้นจะส่งผลให้ลักษณะการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกตรงแอมพลิจูดมีขนาดลดลง แต่ค่าของความยาวคลื่นของการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกมีขนาดเพิ่มขึ้นจากเส้นกราฟสีเหลืองไปเป็นเส้นกราฟสีชมพูซึ่งมีค่าความยาวคลื่นมาก จากรูปที่ 6 (ข) ถ้าค่าของแรงเริ่มต้นแรงภายนอกเพิ่มมากขึ้นแอมพลิจูดของลักษณะการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกมีขนาดเพิ่มขึ้นแต่ลักษณะการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกจะไม่ใช่อันเดอร์แดมพ์ จะกลายเป็น คลื่นกลุ่ม (wave group)



(ก) (ข)

รูปที่ 7 (ก) แสดงกราฟแรงตึงเส้นเชือกที่เป็นฟังก์ชันของเวลาเมื่อ ค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศเปลี่ยนจาก $k_d = 0.12 \rightarrow 0.16$ a.u. (ข) แสดงกราฟแรงตึงเส้นเชือกที่เป็นฟังก์ชันของเวลาเมื่อ ค่าแอมพลิจูดการสั่นระบบเปลี่ยนจาก $\theta_0 = 0.5 \rightarrow 0.7$ a.u.

จากรูปที่ 7 (ก) กราฟสีน้ำตาลแสดงลักษณะการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกเมื่อค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศ $k_d = 0.12$ a.u. กราฟสีฟ้าน้ำทะเลแสดงลักษณะการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกเมื่อค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศ $k_d = 0.14$ a.u. กราฟสีม่วงแสดงลักษณะการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกเมื่อค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศ $k_d = 0.16$ a.u. ถ้าค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศมีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ลักษณะแอมพลิจูดการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกลูกตุ้มมวล m ขนาดลดลงเมื่อเวลาของการสั่นเพิ่มขึ้น (อันเดอร์แดมพ์) แสดงว่าค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศแปรผกผันกับแรงตึงเส้นเชือก จากรูปที่ 7 (ข) กราฟสีน้ำตาลแสดงลักษณะการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกเมื่อค่าแอมพลิจูดการสั่นระบบ $\theta_0 = 0.5$ a.u. กราฟสีฟ้าน้ำทะเลแสดงลักษณะการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกเมื่อค่าแอมพลิจูดการสั่นระบบ $\theta_0 = 0.6$ a.u. กราฟสีม่วงแสดงลักษณะการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกเมื่อค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศ $\theta_0 = 0.7$ a.u. ถ้าค่าค่าแอมพลิจูดการสั่นระบบเพิ่มมากขึ้น จะทำให้ลักษณะแอมพลิจูดการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกลูกตุ้มมวล m มีขนาดเพิ่มมากขึ้นเมื่อเวลาผ่าน แสดงว่าค่าพารามิเตอร์แอมพลิจูดการสั่นแปรผันโดยตรงกับแรงตึงเส้นเชือก (อันเดอร์แดมพ์)

สรุปผลการวิจัย

ถ้าค่าขนาดความยาวเส้นเชือกเพิ่มมากขึ้นจะส่งผลให้ลักษณะการสั่นของการกระจัดเชิงมุม และความเร็วเชิงมุมตรงแอมพลิจูดมีขนาดลดลง แต่ค่าของความยาวคลื่นของการสั่นของการกระจัดเชิงมุม และความเร็วเชิงมุมมีขนาดเพิ่มขึ้นจากเส้นกราฟสีเขียวไปเป็นเส้นกราฟสีแดงซึ่งมีค่าความยาวคลื่นมาก ถ้าค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศมีค่าเพิ่มขึ้น แอมพลิจูดลักษณะการสั่นของความเร็วเชิงมุมลดลง แสดงว่าค่าพารามิเตอร์ค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศแปรผกผันกับลักษณะการสั่นของการความเร็วเชิงมุม ถ้าค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศมีค่าเพิ่มขึ้น จะทำให้ลักษณะแอมพลิจูดการสั่นของแรงตึงเส้นเชือกลูกตุ้มมวล m ขนาดลดลงเมื่อเวลาของการสั่นเพิ่มขึ้น (อันเดอร์แดมพ์) แสดงว่าค่าสัมประสิทธิ์แรงต้านทานอากาศแปรผกผันกับแรงตึงเส้นเชือก

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ และคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุตรดิตถ์ ที่ให้การสนับสนุนด้านสถานที่ และเวลาในการทำงานวิจัย จนกระทั่งงานสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

เอกสารอ้างอิง

Atamp, A. (1990). *Introduction to classical mechanics*. (pp. 336-340). United States America: Prentice-Hall.

Coulton, P. and Foote, R. (2009). The dynamics of pendulums on surfaces of constant Curvature. *Mathematical Physics, Analysis and Geometry*, *12*: 97–107.

Gitterman, M. (2010). Spring pendulum: Parametric excitation vs an external force. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 389*(16): 3101–3108.

Goldstein, P. S. (2002). *Classical Mechanics* (3th ed.). (pp. 265-271). United States America: Prentice-Hall.

Jin Wang, Qilong Xue, Lixin Li, Baolin Liu, Leilei Huang and Yang Chen. (2022). Dynamic analysis of simple pendulum model under variable damping. *Alexandria Engineering Journal 61*(12): 10563–10575.

Murray, R. S. and John, L. (1999). *Mathematical Handbook of Formulas and Tables* (2rd ed.). (pp. 46-97). New York: Mcgraw-hill.

Pouya, J. l., Patrick, K., MohammadHady, M. and William, W. (2014). Computational aerodynamics of baseball, soccer ball and Volleyball. *American Journal of Sports Science, 2*(5): 115-121.

Quiroga, G. D. and Ospina-Henao, P. A. (2017). Dynamics of damped oscillations: physical pendulum. *European Journal of Physics, 38*(6): 1-15.

Rafat, K. (2014). Movement of Double Mathematical Pendulum with Variable Mass. *Machine Dynamics Research*, *38*: 47–58.

Rafat, K. (2016). Dynamic analysis of double pendulum with variable mass and initial velocities. *Procedia Engineering, 136*: 175 – 180.

Riley, K. F. and Hobson, M. P. (2006). *Mathematical Methods for Physics and Engineering* (3th ed.). New York: Cambridge University Press.

Received: September 30, 2023 Revised: November 19, 2023
Accepted: December 13, 2023 Published: December 26, 2023

การคำนวณความเร็วและการกระจัดที่เป็นฟังก์ชันของเวลาของวัตถุที่เคลื่อนที่แนวดิ่งภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลก

Calculation of Velocity and Displacement as Function of Time of Body in the Vertical Movement Under Gravitational Field

อาทิตย์ หู้เต็ม[1] ศานิตย์ สุวรรณวงศ์[2] และ เอมอร วันเอก[3*]
Artit Hutem[1] Sanit Suwanwong[2] and Aimon Wanaek[3*]

[1] สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ศึกษา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์
[2] สาขาวิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์
[3] สาขาวิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุตรดิตถ์
[1] Program of Science Education, Faculty of Science and Technology, Phetchabun Rajabhat University
[2] Program of Physics, Faculty of Science and Technology, Phetchabun Rajabhat University
[3] Program of Physics Faculty of Science and Technology, Uttaradit Rajabhat University
*aimon.wan@uru.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาการเคลื่อนที่ของอนุภาคกำลังเคลื่อนที่แนวดิ่งภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลกกรณีไม่มีแรงต้านอากาศและมีแรงต้านอากาศที่เป็นฟังก์ชันของความเร็ว และคำนวณความเร็วและการกระจัดที่เป็นฟังก์ชันของเวลาในแนวดิ่งโดยได้ใช้กฎข้อที่สองของนิวตัน ผลการวิจัยพบว่า ความเร็วของอนุภาคมวล m $(v(t))$ แปรผันตรงกับความถี่ของการสั่น (f) และค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง (λ) แต่แปรผกผันกับค่าแรงภายนอกเริ่มต้น (f_0)ที่เพิ่มขึ้น เมื่อกำหนดค่าความถี่ของการสั่นเพิ่มขึ้น คือ $f=0.6$ เฮิร์ตซ์, $f=0.7$ เฮิร์ตซ์ และ $f=0.8$ เฮิร์ตซ์ และค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงเพิ่มขึ้น คือ $\lambda=0.200$, $\lambda=0.202$ และ $\lambda=0.204$ พบว่า ความเร็วของอนุภาคเพิ่มขึ้นด้วย และเมื่อกำหนดค่าแรงภายนอกเริ่มต้นที่เพิ่มขึ้น คือ $f_0=12.1$, $f_0=12.4$ และ $f_0=12.7$ พบว่า ความเร็วของอนุภาคลดลง โดยพิจารณาจากกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $v(t)$ กับ t ส่วนการกระจัดของอนุภาคมวล m $(x(t))$ แปรผันตรงกับ f แต่แปรผกผันกับ f_0 และ λ เมื่อกำหนด f เพิ่มขึ้น คือ $f=0.11$ เฮิร์ตซ์, $f=0.14$ เฮิร์ตซ์ และ $f=0.17$ เฮิร์ตซ์ พบว่า กระจัดของอนุภาคเพิ่มขึ้น และเมื่อกำหนด λ เพิ่มขึ้น คือ $\lambda=0.200$, $\lambda=0.202$ และ $\lambda=0.204$ และ f_0 เพิ่มขึ้น คือ $f_0=12.0$, $f_0=13.0$ และ $f_0=14.0$ พบว่า กระจัดของอนุภาคลดลง โดยพิจารณาจากกราฟความสัมพันธ์ระหว่าง $x(t)$ กับ t

คำสำคัญ : การเคลื่อนที่ของอนุภาคที่เคลื่อนที่แนวดิ่งภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลก, แรงต้านอากาศ, ค่าความถี่ของการสั่น, ค่าแรงภายนอกเริ่มต้น, ค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง

Abstract

The objective of this research is to study the movement of vertically moving particles under the Earth's gravitational field in the absence of air resistance and with air resistance as a function of speed. and calculate vertical velocity and displacement as a function of time using Newton's second law. The research results, we found that the velocity of particle $(v(t))$ was directly proportional to the vibration frequency (f) and damping coefficient (λ). On the other hand, it is inversely proportional to the increase in the initial external force (f_0). When the vibration frequency is increased, i.e. $f=0.6Hz,\ f=0.7Hz$, $f=0.8Hz$ and the damping coefficient increases, i.e. $\lambda=0.200$, $\lambda=0.202$, $\lambda=0.204$, we found that the speed of the particles also increases. When the initial external force was determined to increase, i.e. $f_0=12.1$, $f_0=12.4$, $f_0=12.7$, we found that the speed of the particles decreased. Considering the graph of the relationship between $v(t)$ and t. In the part of the displacement of the particle $(x(t))$ is proportional to f, but inversely proportional to f_0 and λ. When f was increasing ($f=0.11Hz,\ f=0.14Hz,\ f=0.17Hz$), we found that the displacement of the particle increases. And when the λ was increasing ($\lambda=0.200$, $\lambda=0.202$, $\lambda=0.204$), and the was increasing ($f_0=12.0$, $f_0=13.0$, $f_0=14.0$), we found that the displacement of particle decreases. Considering the graph of the relationship between $x(t)$ and t.

Key words: motion of particles moving vertically under the Earth's gravitational field, air resistance, frequency of vibration, Initial of external, damping coefficient

บทนำ

รายวิชาฟิสิกส์ 1 มีหัวข้อเกี่ยวกับการเคลื่อนที่ในแนวเส้นตรงซึ่งมีหัวข้อย่อยคือ วัตถุเคลื่อนที่ตกแบบเสรีในแนวดิ่ง กาลิเลโอได้อธิบายการเคลื่อนที่ของวัตถุตกลงมาอย่างแม่นยำโดยไม่มีผลกระทบจากแรงต้านทานอากาศ โดยกาลิเลโอแรงต้านทานอากาศมีค่าน้อยมาก จึงจะเกิดการเคลื่อนที่ของวัตถุตกลงมาอย่างแม่นยำ ซึ่งในชั้นเรียนได้สอนเรื่องการเคลื่อนที่ของวัตถุเคลื่อนที่ตกแบบเสรีในแนวดิ่งโดยไม่มีแรงต้านทานอากาศ เช่น $v=v_0+gt$ และ $s=v_0t+(1/2)gt^2$ โดยที่ค่าความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก $g=9.8\ m/s^2$ (สมาน มงคลสกุลวงศ์, 2549 และ Serway and Jewett, 2017) ซึ่งในห้องเรียนมีนักศึกษาเกิดความสงสัยว่า วัตถุที่ตกลงมาจากที่สูงกระทบเป้าหมายไม่ตรงจุดเกิดเพราะอะไร ในการแข่งขันจรวดขวดน้ำประเภทแม่นยำทำไมยิงจรวดขวดน้ำแล้วไม่ตรงเป้าหมาย

ดังนั้นจึงเป็นแรงจูงใจให้งานวิจัยครั้งนี้ได้พิจารณาวัตถุมวล m ที่เคลื่อนที่แนวดิ่งภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลกกรณีไม่มีแรงต้านอากาศและมีแรงต้านอากาศที่เป็นฟังก์ชันของความเร็ว เช่นเดียวกับงานวิจัยของ จิราภรณ์ ปุณยวัจน์พรกุล และวิไลพร ลักษมีวาณิชย์ (2564), Cooper (2018), และ Ferreira et.al. (2017) โดยมีการรบกวนจากแรงภายนอกที่มีการ oscillation และเกิดความหน่วงของอนุภาคมวล m ที่สอดคล้องกับงานวิจัยของ จิราวรรณ ทรัพย์ทิพย์, ปิยรัตน์ มูลศรี และอาทิตย์ หู้เต็ม (2021) แรงภายนอกนี้

เป็นฟังก์ชันทางคณิตศาสตร์แบบจำลองลักษณะการแปรปวนของโมเลกุลอากาศตอนเกิดลมขนาดกำลังแรงปานกลาง ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้มีการคำนวณเกี่ยวกับความเร็วปลายของระบบ และการกระจัดของระบบที่เป็นฟังก์ชันของเวลา ในทำนองเดียวกับงานวิจัยของ ปิยรัตน์ มูลศรี, ศศิกานต์ ปานปราณีเจริญ, และอาทิตย์ หู้เต็ม (2022) การศึกษาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งของวัตถุในสนามแรงโน้มถ่วงของโลก เครื่องมือวิเคราะห์เปรียบเทียบการเคลื่อนที่ของวัตถุในแนวตั้งเมื่อมีอากาศไม่คำนึงถึงแรงต้านทานกับการเคลื่อนที่ของวัตถุชิ้นเดียวกันกับเมื่อมีแรงต้านของอากาศ ซึ่งพิสูจน์ได้ว่ามีประโยชน์มากในการเรียนการสอน ดังนั้นหลาย ๆ กรณีสามารถวิเคราะห์ได้อย่างรวดเร็วโดยการปรับเปลี่ยนข้อมูลอินพุท (Grigore and Barna, 2015) และนำเสนอข้อมูลโดยผ่านเครื่องมือ Mathematica (Hutem and Kerdmee, 2013)

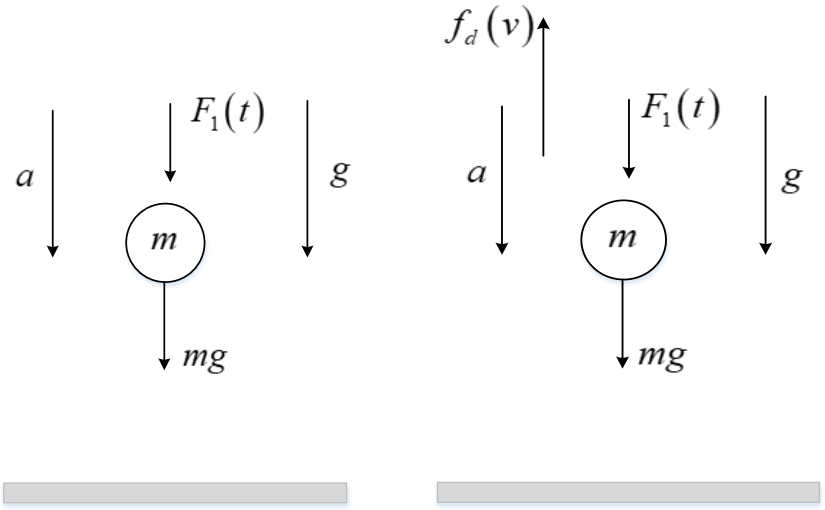
เครื่องมือ Mathematica เป็นเครื่องมือคอมพิวเตอร์ทางเทคนิคสมัยใหม่ที่ใช้สำหรับการคำนวณต่าง ๆ เช่นเดียวกับกระบวนการจำลองที่ความเร็วเริ่มต้นต่าง ๆ โดยการรักษาพารามิเตอร์อื่น ๆ ให้คงที่ (Paudel, 2019) สามารถนำมาใช้ในการวิเคราะห์ค่าความเร็วและการกระจัดของอนุภาคมวล m ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา รวมทั้งยังสามารถนำเสนอผลการวิเคราะห์ค่าดังกล่าวในรูปแบบของกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับเวลา และการกระจัดกับเวลาอีกด้วย

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อศึกษาการเคลื่อนที่ของอนุภาคกำลังเคลื่อนที่แนวดิ่งภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลกกรณีไม่มีแรงต้านอากาศและมีแรงต้านอากาศที่เป็นฟังก์ชันของความเร็ว และคำนวณความเร็วและการกระจัดที่เป็นฟังก์ชันของเวลาในแนวดิ่งโดยได้ใช้กฎข้อที่สองของนิวตัน

วิธีดำเนินการวิจัย

1. การคำนวณหาความเร็วและการกระจัดที่เป็นฟังก์ชันของเวลาของวัตถุที่เคลื่อนที่แนวดิ่งภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลกกรณีไม่มีแรงต้านอากาศ $\left(f_d(v)\right)$ และมีแรงต้านอากาศ $\left(f_d(v)\right)$ ดังรูปที่ 1



(a) (b)

รูปที่ 1 (a) แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคมวล m ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $F_1(t)$ ไม่ได้คิดแรงต้านอากาศ $\left(f_d(v)\right)$ (b) แสดงลักษณะการเคลื่อนที่ของอนุภาคมวล m ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $F_1(t)$ โดยคิดแรงต้านอากาศที่เป็นฟังก์ชันของความเร็ว $\left(f_d(v)\right)$

การเคลื่อนที่ของวัตถุภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลก เริ่มต้นพิจารณาจากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน (The Newton's second law of motions) (รัชนี รุจิวโรดม, 2558 และ Serway and Jewett, 2017)

$$\sum F = ma$$

$$F_1(t) + mg = ma$$

$$a = \frac{F_1(t)}{m} + g \tag{1}$$

โดยที่เรากำหนดให้ $F_1(t)$ เป็นแรงภายนอกที่มีการ oscillation และเกิดความหน่วงของอนุภาคมวล m ดังนี้

$$F_1(t) = f_0\left(1 - te^{-\lambda t} - e^{-\lambda t}\cos(\omega t)\right) \tag{2}$$

จากสมการที่ (2) ตัวแปร f_0 เป็นแรงภายนอกเริ่มต้นมีหน่วย N/s, และตัวแปร λ เป็นสัมประสิทธิ์ความหน่วง และตัวแปร $\omega = 2\pi f$ โดยที่ f เป็นความถี่ของการสั่นแรงภายนอกมีหน่วย รอบต่อวินาที นำสมการที่ (2) แทนลงในสมการที่ (1) จะได้ ความเร่งของอนุภาคมวล m ดังนี้

$$a(t) = \frac{f_0}{m}\left(1 - te^{-\lambda t} - e^{-\lambda t}\cos(\omega t)\right) + g \tag{3}$$

คำนวณหาความเร็วของวัตถุที่เป็นฟังก์ชันของเวลาจากนิยามของความเร่ง $a(t) = \frac{dv(t)}{dt}$ แทนลงในสมการที่ (3) จะได้

$$\frac{dv}{dt}=\frac{f_0}{m}\left(1-te^{-\lambda t}-e^{-\lambda t}\cos\left(\omega t\right)\right)+g$$

$$\int_u^v dv=\frac{f_0}{m}\int_0^t\left(1-te^{-\lambda t}-e^{-\lambda t}\cos\left(\omega t\right)\right)dt+g\int_0^t 1dt$$

$$v\Big|_u^v=\frac{f_0}{m}\left\{\int_0^t dt-\int_0^t te^{-\lambda t}dt-\int_0^t e^{-\lambda t}\cos\left(\omega t\right)dt\right\}+gt\Big|_0^t$$

$$v-u=\frac{f_0}{m}\left\{t-\left\{-\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}\left(t+\frac{1}{\lambda}\right)\Big|_0^t\right\}-\left\{\frac{e^{-\lambda t}\left(-\lambda\cos\left(\omega t\right)+\omega\sin\left(\omega t\right)\right)}{\lambda^2+\omega^2}\right\}\Big|_0^t\right\}+gt$$

ดังนั้นจะได้ความเร็วที่เป็นฟังก์ชันของเวลาของวัตถุที่เคลื่อนที่ตามแนวดิ่งภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลก กรณีไม่คิดแรงต้านอากาศดังสมการที่ (4)

$$v\left(t\right)=u+\frac{f_0}{m}\left[t+\left(\frac{te^{-\lambda t}}{\lambda}+\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda^2}-\frac{1}{\lambda^2}\right)-\left(\frac{e^{-\lambda t}\left(-\lambda\cos\left(\omega t\right)+\omega\sin\left(\omega t\right)\right)}{\lambda^2+\omega^2}+\frac{\lambda}{\lambda^2+\omega^2}\right)\right]+gt \qquad (4)$$

จากนั้นดำเนินการคำนวณหาการกระจัดของวัตถุที่เป็นฟังก์ชันของเวลาจากนิยามของความเร็ว $v\left(t\right)=\frac{dx\left(t\right)}{dt}$ แทนลงในสมการที่ (4) จะได้

$$\frac{dx\left(t\right)}{dt}=u+\frac{f_0}{m}\left[t+\left(\frac{te^{-\lambda t}}{\lambda}+\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda^2}-\frac{1}{\lambda^2}\right)-\left(\frac{e^{-\lambda t}\left(-\lambda\cos\left(\omega t\right)+\omega\sin\left(\omega t\right)\right)}{\lambda^2+\omega^2}+\frac{\lambda}{\lambda^2+\omega^2}\right)\right]+gt$$

$$\int_0^x dx\left(t\right)=\int_0^t udt+\frac{f_0}{m}\int_0^t\left[t+\frac{te^{-\lambda t}}{\lambda}+\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda^2}-\frac{1}{\lambda^2}-\frac{\omega e^{-\lambda t}\sin\left(\omega t\right)}{\lambda^2+\omega^2}+\frac{\lambda e^{-\lambda t}\cos\left(\omega t\right)}{\lambda^2+\omega^2}-\frac{\lambda}{\lambda^2+\omega^2}\right]dt+\int_0^t gtdt$$

$$x\left(t\right)\Big|_0^x=ut\Big|_0^t+\frac{f_0}{m}\left[\frac{t^2}{2}\Big|_0^t+\left(\frac{te^{-\lambda t}}{\lambda^2}+\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda^3}-\frac{1}{\lambda^3}-\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda^3}\right)\Big|_0^t-\frac{t}{\lambda^2}-\frac{\omega}{\lambda^2+\omega^2}\int_0^t e^{-\lambda t}\sin\left(\omega t\right)dt\right.$$
$$\left.+\frac{\lambda}{\lambda^2+\omega^2}\int_0^t e^{-\lambda t}\cos\left(\omega t\right)dt+\frac{\lambda t}{\lambda^2+\omega^2}\right]+\frac{gt^2}{2}$$

$$x\left(t\right)=ut+\frac{f_0}{m}\left[\frac{t^2}{2}+\frac{te^{-\lambda t}}{\lambda^2}-\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda^3}+\frac{1}{\lambda^3}-\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda^3}+\frac{1}{\lambda^3}-\frac{t}{\lambda^2}-\frac{\omega e^{-\lambda t}\left(-\lambda\sin\left(\omega t\right)-\omega\cos\left(\omega t\right)\right)}{\left(\lambda^2+\omega^2\right)^2}\Big|_0^t\right.$$
$$\left.+\frac{\lambda e^{-\lambda t}\left(\omega\sin\left(\omega t\right)-\lambda\cos\left(\omega t\right)\right)}{\left(\lambda^2+\omega^2\right)^2}\Big|_0^t+\frac{\lambda t}{\lambda^2+\omega^2}\right]+\frac{gt^2}{2}$$

ดังนั้นจะได้การกระจัดที่เป็นฟังก์ชันของเวลาของวัตถุที่เคลื่อนที่ตามแนวดิ่งภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลก กรณีไม่คิดแรงต้านอากาศดังสมการที่ (5)

$$x\left(t\right)=ut+\frac{f_0}{m}\left[\frac{t^2}{2}+\frac{te^{-\lambda t}}{\lambda^2}-\frac{t}{\lambda^2}-\frac{\omega e^{-\lambda t}\left(-\lambda\sin\left(\omega t\right)-\omega\cos\left(\omega t\right)\right)}{\left(\lambda^2+\omega^2\right)^2}-\frac{\omega^2}{\left(\lambda^2+\omega^2\right)^2}\right.$$

$$+\frac{\lambda e^{-\lambda t}\left(\omega\sin(\omega t)-\lambda\cos(\omega t)\right)}{\left(\lambda^2+\omega^2\right)^2}+\frac{\lambda^2}{\left(\lambda^2+\omega^2\right)^2}+\frac{\lambda t}{\lambda^2+\omega^2}\Bigg]+\frac{gt^2}{2} \quad (5)$$

2. การคำนวณหาความเร็วและการกระจัดที่เป็นฟังก์ชันของเวลาของวัตถุที่เคลื่อนที่แนวดิ่งภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลกกรณีที่มีแรงต้านอากาศ (f_d) โดยที่การเคลื่อนที่ของวัตถุภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลก เริ่มต้นพิจารณาจากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน (The second Newton's law of motions) (รัชนี รุจิวโรดม, 2558 และ Serway and Jewett, 2017)

$$\sum F = ma$$

$$F_1(t)+mg-f_d=ma$$

$$a=\frac{F_1(t)}{m}+g-\frac{f_d(v)}{m} \quad (6)$$

โดยที่เรากำหนดให้ $F_1(t)$ขึ้นอยู่กับแรงภายนอกที่มีการ oscillation และเกิดความหน่วงของอนุภาคมวล m ดังนี้

$$F_1(t)=f_0\left(1-te^{-\lambda t}-e^{-\lambda t}\cos(\omega t)\right) \quad (7)$$

และแรงต้านอากาศเป็นฟังก์ชันของความเร็ว สามารถเขียนได้เป็น

$$f_d(v)=\tau v \quad (8)$$

โดยมี τ เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของแรงต้านอากาศ

แทนค่าจากสมการที่ (7) และ (8) ลงใน (6) จะได้

$$a(t)=\frac{f_0}{m}\left(1-te^{-\lambda t}-e^{-\lambda t}\cos(\omega t)\right)+g-\frac{\tau v}{m} \quad (9)$$

คำนวณหาความเร็วของวัตถุที่เป็นฟังก์ชันของเวลาจากนิยามของความเร่ง $a(t)=\frac{dv(t)}{dt}$แทนลงในสมการที่ (9) จะได้

$$\frac{dv_{ar}}{dt}=\frac{f_0}{m}\left(1-te^{-\lambda t}-e^{-\lambda t}\cos(\omega t)\right)+g-\frac{\tau}{m}v_{ar}$$

$$\frac{dv_{ar}}{dt}+\frac{\tau}{m}v_{ar}=\frac{f_0}{m}\left(1-te^{-\lambda t}-e^{-\lambda t}\cos(\omega t)\right)+g$$

เพื่อความสะดวกต่อการพิจารณาจะกำหนดให้ $\mu=\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)$

$$v_{ar}(t)=e^{-\frac{\tau}{m}t}\left[\int\left[\frac{f_0}{m}\left(1-te^{-\lambda t}-e^{-\lambda t}\cos(\omega t)\right)+g\right]e^{\frac{\tau}{m}t}dt+C\right]$$

$$v_{ar}(t)=e^{-\frac{\tau}{m}t}\left[\int\left[\frac{f_0}{m}\left(e^{\frac{\tau}{m}t}-te^{\frac{\tau}{m}-\lambda t}-e^{\frac{\tau}{m}-\lambda t}\cos(\omega t)\right)+ge^{\frac{\tau}{m}t}\right]dt+C\right]$$

$$v_{ar}(t)=e^{-\frac{\tau}{m}t}\left[\frac{f_0}{m}\left(\int e^{\frac{\tau}{m}t}dt-\int te^{\mu t}dt-\int e^{\mu t}\cos(\omega t)\,dt\right)\int ge^{\frac{\tau}{m}t}dt+C\right]$$

$$v_{ar}(t)=e^{-\frac{\tau}{m}t}\left[\frac{f_0}{m}\left(\frac{m}{\tau}e^{\frac{\tau}{m}t}-\left\{\frac{e^{\mu t}}{\mu}\left(t-\frac{1}{\mu}\right)\right\}-\frac{e^{\mu t}\left(\mu\cos(\omega t)+\omega\sin(\omega t)\right)}{\mu^2+\omega^2}\right)+g\frac{m}{\tau}e^{\frac{\tau}{m}t}+C\right]$$

$$v_{ar}(t)=\frac{f_0}{m}\left(\frac{m}{\tau}e^{\frac{\tau}{m}t}e^{-\frac{\tau}{m}t}-\left\{\frac{e^{-\frac{\tau}{m}t}e^{\mu t}}{\mu}\left(t-\frac{1}{\mu}\right)\right\}-\frac{e^{-\frac{\tau}{m}t}e^{\mu t}\left(\mu\cos(\omega t)+\omega\sin(\omega t)\right)}{\mu^2+\omega^2}\right)+g\frac{m}{\tau}e^{\frac{\tau}{m}t}e^{-\frac{\tau}{m}t}+Ce^{-\frac{\tau}{m}t}$$

$$v_{ar}(t)=\frac{f_0}{m}\left(\frac{m}{\tau}-\left\{\frac{e^{\mu t-\frac{\tau}{m}t}}{\mu}\left(t-\frac{1}{\mu}\right)\right\}-\frac{e^{\mu t-\frac{\tau}{m}t}\left(\mu\cos(\omega t)+\omega\sin(\omega t)\right)}{\mu^2+\omega^2}\right)+g\frac{m}{\tau}+Ce^{-\frac{\tau}{m}t}$$

$$v_{ar}(t)=\frac{f_0}{m}\left(\frac{m}{\tau}-\left\{\frac{e^{-\lambda t}}{\frac{\tau}{m}-\lambda}\left(t-\frac{1}{\frac{\tau}{m}-\lambda}\right)\right\}-\frac{e^{-\lambda t}\left(\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)\cos(\omega t)+\omega\sin(\omega t)\right)}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2}\right)+g\frac{m}{\tau}+Ce^{-\frac{\tau}{m}t}$$

(10)

กำหนดให้ความเร็วเริ่มต้นที่เวลา $t=0$

$$v(t)=u$$

เพราะฉะนั้นที่เวลาเริ่มต้น $t=0$ สมการที่ (10) จะได้เป็น

$$u=\frac{f_0}{m}\left(\frac{m}{\tau}+\frac{1}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2}-\frac{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2}\right)+g\frac{m}{\tau}+C$$

$$C=u-g\frac{m}{\tau}-\frac{f_0}{m}\left(\frac{m}{\tau}+\frac{1}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2}-\frac{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2}\right) \qquad (11)$$

แทนค่า C จากสมการที่ (11) ลงใน (1) จะได้ความเร็วที่เป็นฟังก์ชันของเวลาของวัตถุที่เคลื่อนที่ตามแนวดิ่งภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลกกรณีคิดแรงต้านอากาศดังสมการที่ (12)

$$v_{ar}(t)=\frac{f_0}{m}\left(\frac{m}{\tau}-\left\{\frac{e^{-\lambda t}}{\frac{\tau}{m}-\lambda}\left(t-\frac{1}{\frac{\tau}{m}-\lambda}\right)\right\}-\frac{e^{-\lambda t}\left(\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)\cos(\omega t)+\omega\sin(\omega t)\right)}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2}\right)+g\frac{m}{\tau}$$

$$+\left(u-g\frac{m}{\tau}-\frac{f_0}{m}\left(\frac{m}{\tau}+\frac{1}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2}-\frac{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2}\right)\right)e^{-\frac{\tau}{m}t} \tag{12}$$

จากนั้นดำเนินการคำนวณหาการกระจัดของวัตถุที่เป็นฟังก์ชันของเวลาจากนิยามของความเร็ว $v_{ar}(t)=dx_{ar}(t)/dt$ แทนลงในสมการที่ (12) จะได้

$$\frac{dx_{ar}(t)}{dt}=\frac{f_0}{m}\left(\frac{m}{\tau}-\left\{\frac{e^{-\lambda t}}{\frac{\tau}{m}-\lambda}\left(t-\frac{1}{\frac{\tau}{m}-\lambda}\right)\right\}-\frac{e^{-\lambda t}\left(\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)\cos(\omega t)+\omega\sin(\omega t)\right)}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2}\right)+g\frac{m}{\tau}$$

$$+\left(u-g\frac{m}{\tau}-\frac{f_0}{m}\left(\frac{m}{\tau}+\frac{1}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2}-\frac{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2}\right)\right)e^{-\frac{\tau}{m}t}$$

$$\int_0^x dx_{ar}(t)=\frac{f_0}{m}\left[\frac{m}{\tau}\int_0^t dt-\int_0^t\frac{te^{-\lambda t}}{\frac{\tau}{m}-\lambda}dt-\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2}\Big|_0^t-\frac{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2}\int_0^t e^{-\lambda t}\cos(\omega t)dt\right.$$

$$\left.-\frac{\omega}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2}\int_0^t e^{-\lambda t}\sin(\omega t)dt\right]+g\frac{m}{\tau}t\Big|_0^t-\frac{m}{\tau}\left(u-g\frac{m}{\tau}-\frac{f_0}{m}\left(\frac{m}{\tau}+\frac{1}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2}-\frac{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2}\right)\right)e^{-\frac{\tau}{m}t}\Big|_0^t$$

จะได้

$$x_{ar}(t)=\frac{f_0}{m}\left[\frac{m}{\tau}t-\frac{1}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)}\left\{\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}\left(t+\frac{1}{\lambda}\right)\right\}-\frac{e^{-\lambda t}-\lambda}{\lambda\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2}-\frac{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2}\cdot\frac{e^{-\lambda t}\left(-\lambda\cos(\omega t)+\omega\sin(\omega t)\right)}{\lambda^2+\omega^2}\Big|_0^t\right.$$

$$\left.-\frac{\omega}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2}\cdot\frac{e^{-\lambda t}\left(-\lambda\sin(\omega t)+\omega\cos(\omega t)\right)}{\lambda^2+\omega^2}\Big|_0^t\right]+g\frac{m}{\tau}t\Big|_0^t$$

$$-\left[\frac{m}{\tau}\left(u-g\frac{m}{\tau}-\frac{f_0}{m}\left(\frac{m}{\tau}+\frac{1}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2}-\frac{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2}\right)\right)\cdot\left(e^{-\frac{\tau}{m}t}-1\right)\right]$$

ดังนั้นจะได้การกระจัดที่เป็นฟังก์ชันของเวลาของวัตถุที่เคลื่อนที่ตามแนวดิ่งภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลก กรณีคิดแรงต้านอากาศดังสมการที่ (13)

$$x_{ar}(t)=\frac{f_0}{m}\left[\frac{m}{\tau}t-\frac{1}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)}\left\{\frac{e^{-\lambda t}}{\lambda}\left(t+\frac{1}{\lambda}\right)\right\}-\frac{e^{-\lambda t}-\lambda}{\lambda\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2}-\frac{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)e^{-\lambda t}\left(-\lambda\cos(\omega t)+\omega\sin(\omega t)\right)}{\left(\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2\right)\left(\lambda^2+\omega^2\right)}\right.$$

$$\left.-\frac{\lambda\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)}{\left(\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2\right)\left(\lambda^2+\omega^2\right)}-\frac{\omega e^{-\lambda t}\left(-\lambda\sin(\omega t)+\omega\cos(\omega t)\right)}{\left(\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2\right)\left(\lambda^2+\omega^2\right)}-\frac{\omega^2}{\left(\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2\right)\left(\lambda^2+\omega^2\right)}\right]+\frac{mg}{\tau}t$$

$$-\left[\frac{m}{\tau}\left(u-g\frac{m}{\tau}-\frac{f_0}{m}\left(\frac{m}{\tau}+\frac{1}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2}-\frac{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)}{\left(\frac{\tau}{m}-\lambda\right)^2+\omega^2}\right)\right)\cdot\left(e^{-\frac{\tau}{m}t}-1\right)\right] \qquad (13)$$

3. การศึกษาผลของการเคลื่อนที่ของวัตถุที่เคลื่อนที่ตามแนวดิ่งภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลก กรณีไม่คิดแรงต้านอากาศและกรณีคิดแรงต้านอากาศ เพื่อพิจารณาขนาดของความเร็วและการกระจัดของอนุภาคมวล m โดยกำหนดขนาดของตัวแปรต้น ได้แก่ ขนาดของแรงเริ่มต้น (f_0) , ค่าความถี่ของการสั่น (f), และ ค่าของสัมประสิทธิ์ความหน่วง (λ) โดยมีรายละเอียดดังนี้

ตารางที่ 1 ค่าความเร็วของวัตถุที่เคลื่อนที่ตามแนวดิ่งภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลก และแรงภายนอก $F_1(t)$ ในกรณีที่ไม่คิดแรงต้านอากาศ และกรณีคิดแรงต้านอากาศ

ตัวแปรต้น	ตัวแปรตาม	ตัวแปรควบคุม
แรงภายนอกเริ่มต้น $f_0=12.1$, $f_0=12.4$, $f_0=12.7$	ความเร็วของวัตถุที่ไม่ขึ้นกับแรงต้านอากาศ	$\lambda=0.25$, $f=0.8$ เฮิร์ตซ์ $g=9.8$ เมตร/วินาที^{2} $m=0.25$ กิโลกรัม, $u=0.05$ เมตรต่อวินาที
	ความเร็วของวัตถุที่ขึ้นกับแรงต้านอากาศ	$\lambda=0.25$, $f=0.8$ เฮิร์ตซ์ $g=9.8$ เมตร/วินาที^{2} $m=0.25$ กิโลกรัม, $\tau=0.02$ $u=0.05$ เมตรต่อวินาที
ความถี่ของการสั่น $f=0.6$ เฮิร์ตซ์,	ความเร็วของวัตถุที่ไม่ขึ้นกับแรงต้านอากาศ	$\lambda=0.24$, $f_0=9$ นิวตันต่อวินาที $g=9.8$ เมตร/วินาที^{2} $m=0.25$ กิโลกรัม,

$f = 0.7$ เฮิร์ตซ์, $f = 0.8$ เฮิร์ตซ์		$u = 0.05$ เมตรต่อวินาที
	ความเร็วของวัตถุที่ขึ้นกับแรงต้านอากาศ	$\lambda = 0.24$, $f_0 = 9$ นิวตันต่อวินาที $g = 9.8$ เมตร/วินาที^{2} $m = 0.25$ กิโลกรัม, $\tau = 0.02$ $u = 0.05$ เมตรต่อวินาที
ค่าของสัมประสิทธิ์ความหน่วง $\lambda = 0.200$, $\lambda = 0.202$, $\lambda = 0.204$	ความเร็วของวัตถุที่ไม่ขึ้นกับแรงต้านอากาศ	$f = 0.20$ เฮิร์ตซ์, $f_0 = 5$ นิวตันต่อวินาที $g = 9.8$ เมตร/วินาที^{2} $m = 0.25$ กิโลกรัม, $u = 0.05$ เมตรต่อวินาที
	ความเร็วของวัตถุที่ขึ้นกับแรงต้านอากาศ	$f = 0.20$ เฮิร์ตซ์, $f_0 = 5$ นิวตันต่อวินาที $g = 9.8$ เมตร/วินาที^{2} $m = 0.25$ กิโลกรัม, $\tau = 0.02$ $u = 0.05$ เมตรต่อวินาที,

ตารางที่ 2 ขนาดการกระจัดของวัตถุที่เคลื่อนที่ตามแนวดิ่งภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลก และแรงภายนอก $F_1(t)$ ในกรณีที่ไม่คิดแรงต้านอากาศ และในกรณีคิดแรงต้านอากาศ

ตัวแปรต้น	ตัวแปรตาม	ตัวแปรควบคุม
แรงภายนอกเริ่มต้น $f_0 = 12.0$, $f_0 = 13.0$, $f_0 = 14.0$	การกระจัดของวัตถุที่ไม่ขึ้นกับแรงต้านอากาศ	$\lambda = 0.25$, $f = 0.8$ เฮิร์ตซ์ $g = 9.8$ เมตร/วินาที^{2} $m = 0.25$ กิโลกรัม, $u = 0.05$ เมตรต่อวินาที
	การกระจัดของวัตถุที่ขึ้นกับแรงต้านอากาศ	$\lambda = 0.25$, $f = 0.8$ เฮิร์ตซ์ $g = 9.8$ เมตร/วินาที^{2} $m = 0.25$ กิโลกรัม, $\tau = 0.02$ $u = 0.05$ เมตรต่อวินาที,
ความถี่ของการสั่น $f = 0.11$เฮิร์ตซ์, $f = 0.14$ เฮิร์ตซ์, $f = 0.17$ เฮิร์ตซ์	การกระจัดของวัตถุที่ไม่ขึ้นกับแรงต้านอากาศ	$\lambda = 0.24$, $f_0 = 9$ นิวตันต่อวินาที $g = 9.8$ เมตร/วินาที^{2} $m = 0.25$ กิโลกรัม, $u = 0.05$ เมตรต่อวินาที
	การกระจัดของวัตถุที่ขึ้นกับแรงต้านอากาศ	$\lambda = 0.24$, $f_0 = 9$ นิวตันต่อวินาที $g = 9.8$ เมตร/วินาที^{2} $m = 0.25$ กิโลกรัม, $\tau = 0.009$ $u = 0.05$ เมตรต่อวินาที
	การกระจัดของวัตถุที่ไม่ขึ้นกับแรงต้านอากาศ	$f = 0.20$ เฮิร์ตซ์, $f_0 = 5$ นิวตันต่อวินาที $g = 9.8$ เมตร/วินาที^{2}

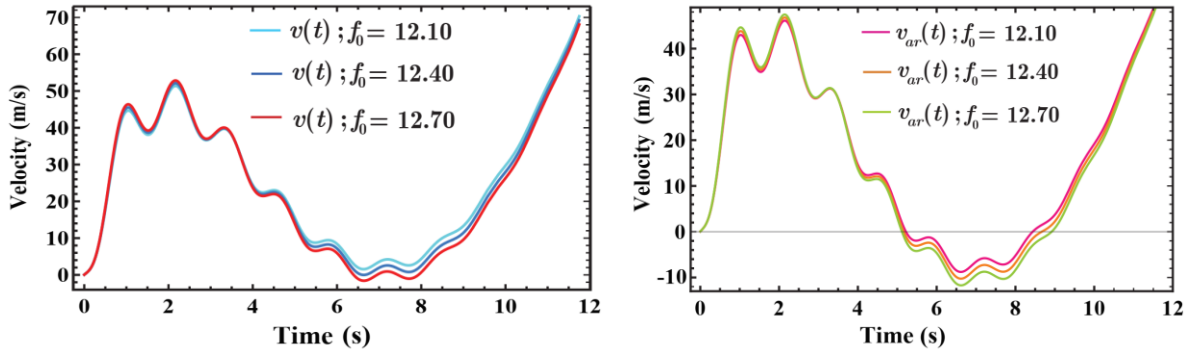
ค่าของสัมประสิทธิ์ความหน่วง $\lambda=0.200$, $\lambda=0.202$, $\lambda=0.204$		$m=0.25$ กิโลกรัม, $u=0.05$ เมตรต่อวินาที
	การกระจัดของวัตถุที่ขึ้นกับแรงต้านอากาศ	$f=0.20$ เฮิร์ตซ์, $f_0=5$ นิวตันต่อวินาที $g=9.8$ เมตร/วินาที^{2} $m=0.25$ กิโลกรัม, $\tau=0.008$ $u=0.05$ เมตรต่อวินาที,

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

งานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้คำนวณความเร็วและการกระจัดของอนุภาคมวล m ที่เคลื่อนที่ภายใต้สนามโน้มถ่วงและแรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $F_1(t)$ ในสมการที่ (4) และสมการที่ (5) ตามลำดับซึ่งงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้นำสมการทั้งสองดังกล่าวไปวิเคราะห์ข้อมูลต่าง ๆ ดังรูปที่ (2) (a) - รูปที่ (7) (a) ตามลำดับและในอีกกรณีหนึ่งคำนวณความเร็วและการกระจัดของอนุภาคมวล m ที่เคลื่อนที่ภายใต้สนามโน้มถ่วง และแรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $F_1(t)$ และภายใต้แรงต้านอากาศที่เป็นฟังก์ชันของความเร็ว ในสมการที่ (12) และสมการที่ (13) ตามลำดับซึ่งงานวิจัยนี้ผู้วิจัยได้นำสมการทั้งสองดังกล่าวไปวิเคราะห์ข้อมูลต่าง ๆ และนำเสนอกราฟความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วของอนุภาคมวล m กับเวลา และการกระจัดของอนุภาคมวล m กับเวลา ด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (Zimmerman et. al., 2002 และ Wolfram, 1994) ดังรูปที่ (2) (b) - รูปที่ (7) (b) รวมถึงการเปรียบเทียบขนาดของความเร็วและการกระจัดของวัตถุมวล m กรณีที่ไม่คิดแรงต้านอากาศ และในกรณีคิดแรงต้านอากาศด้วย

ความเร็ว

(1) กรณีกำหนดตัวแปรต้นคือ ค่าแรงเริ่มต้น (f_0)

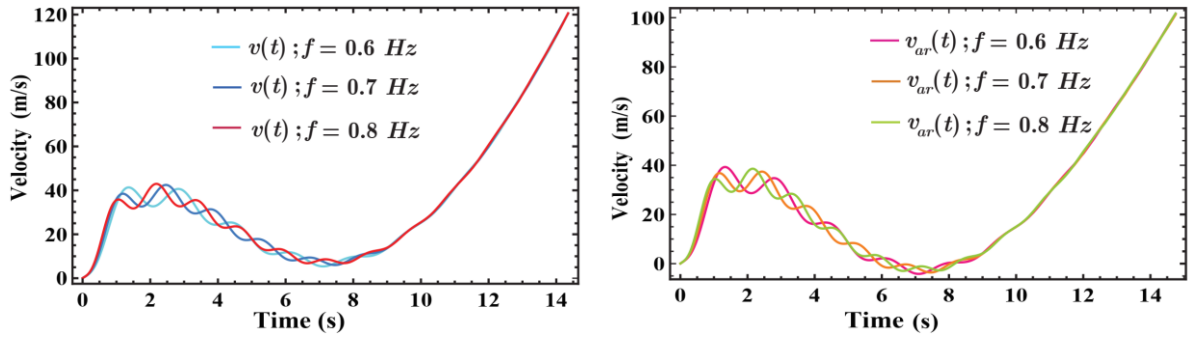


(a) (b)

รูปที่ 2 (a) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับเวลาของวัตถุมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกและมีการเปลี่ยนแปลงค่าแรงภายนอกเริ่มต้น f_0, (b) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับเวลาของวัตถุมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงต้านอากาศ f_d และแรงภายนอก และมีการเปลี่ยนแปลงค่าแรงภายนอกเริ่มต้น f_0

จากรูปที่ 2 (a) เป็นกราฟที่มีการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรของความเร็วกับเวลาเมื่ออนุภาคมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา โดยไม่ได้คิดแรงต้านอากาศ ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้มีการเปลี่ยนแปลงค่าแรงภายนอกเริ่มต้น f_0 ดังนี้ $f_0=12.1$, $f_0=12.4$, $f_0=12.7$ ซึ่งในกราฟดังกล่าวในช่วงเวลา 0 ถึง 3 วินาทีความเร็วของอนุภาคมวล m มีค่าเพิ่มขึ้นตามค่าแรงภายนอกเริ่มต้น f_0 ค่าของความเร็ว ณ เวลา 12 วินาที มีค่า 70 เมตรต่อวินาที (m/s) แสดงว่าความเร็วของอนุภาคมวล m แปรผันตรงกับค่าแรงภายนอกเริ่มต้น f_0 แต่ในช่วงของเวลาตั้งแต่ 4 ถึง 10 วินาที ความเร็วของอนุภาคมวล m แปรผกผันกับค่าแรงภายนอกเริ่มต้น f_0 ในทำนองเดียวกันของความเร็วของอนุภาคมวล m ในรูปที่ 2 (b) มีลักษณะการเคลื่อนที่เหมือนกันแต่แตกต่างกันตรงที่ขนาดของความเร็วในช่วงเวลาเริ่มต้นมีค่าลดลงจากเหลือประมาณ 50 เมตรต่อวินาที โดยประมาณ จากรูปที่ 2 ทั้งรูป (a) และ (b) ในการอนุภาคมวล m ตกในช่วงเวลา 10 วินาทีแรกโดยประมาณอนุภาคมีการสั่นของความเร็วและมีการกลับเฟสของการสั่นซึ่งค่าความเร็วของอนุภาคมวล m มีค่าสลับกันเพิ่มลดเนื่องจากผลของแรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $F_1(t)$ หลังจาก 12 วินาทีไปแล้วอนุภาคมวล m จะมีค่าของความเร็วเพิ่มขึ้นเป็นลักษณะเส้นชันขึ้น

(2) กรณีกำหนดตัวแปรต้นคือ ค่าความถี่ของการสั่น (f)



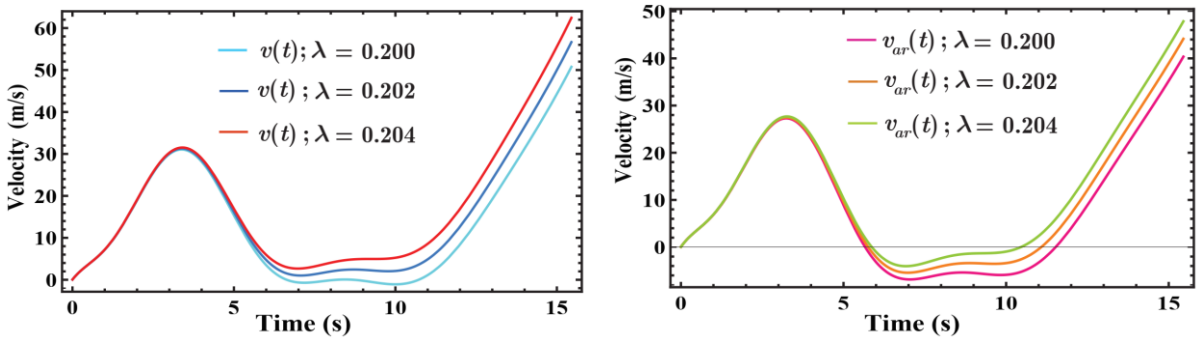
(a) (b)

รูปที่ 3 (a) แสดงกราฟที่มีความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับเวลาของวัตถุมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอก $F_1(t)$ และมีการเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ของการสั่น f, (b) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเร็วกับเวลาของวัตถุมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงต้านอากาศ f_d และแรงภายนอก $F_1(t)$ และมีการเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ของการสั่น f

จากรูปที่ 3 (a) เป็นกราฟที่มีการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรของความเร็วกับเวลาเมื่ออนุภาคมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา โดยไม่ได้คิดแรงต้านอากาศ ซึ่งในงานวิจัยนี้ได้มีการเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ของการสั่น f ดังนี้ $f=0.6$ เฮิร์ตซ์, $f=0.7$ เฮิร์ตซ์, $f=0.8$ เฮิร์ตซ์ ซึ่งในกราฟดังกล่าวในช่วงเวลา 0 วินาที ถึง 8 วินาทีความเร็วของอนุภาคมวล m เกิดการสั่นเมื่อค่าความถี่ของการสั่นเพิ่มขึ้นทำให้จำนวนลูกคลื่นของความเร็วของอนุภาคมวล m มีมากขึ้นแต่ค่าของความเร็วกลับมีค่าลดลงจาก 40 เมตรต่อวินาทีไปสู่ 35 เมตรต่อวินาที โดยประมาณ ณ เวลาที่ 14 วินาที

ความเร็วของอนุภาคมวล m มีค่า 120 เมตรต่อวินาที จากรูปที่ 3 (b) เป็นกราฟที่มีการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรของความเร็วกับเวลาเมื่ออนุภาคมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา โดยได้คิดแรงต้านอากาศซึ่งในงานวิจัยนี้ได้มีการเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ของการสั่น f ดังนี้ $f=0.6$ เฮิร์ตซ์, $f=0.7$ เฮิร์ตซ์, $f=0.8$ เฮิร์ตซ์ซึ่งในกราฟดังกล่าวในช่วงเวลา 0 วินาที ถึง 8 วินาทีความเร็วของอนุภาคมวล m เกิดการสั่น เมื่อค่าความถี่ของการสั่นเพิ่มขึ้นทำให้จำนวนลูกคลื่นของความเร็วของ อนุภาคมวล m มีมากขึ้น ณ เวลาที่ 14 วินาที ความเร็วของอนุภาคมวล m มีค่า 100 เมตรต่อวินาที ซึ่งความเร็วดังกล่าวมีค่าลดลงเมื่อเทียบกับ ความเร็วของของอนุภาครูปที่ 3 (a)

(3) กรณีกำหนดตัวแปรต้นคือ ค่าของสัมประสิทธิ์ความหน่วง (λ)



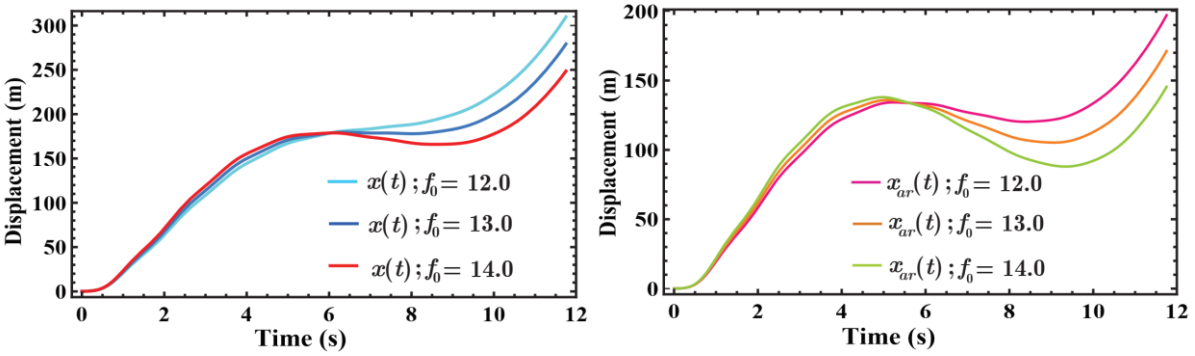
(a) (b)

รูปที่ 4 (a) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรความเร็วกับเวลาของอนุภาคมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $F_1(t)$ และมีการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง λ , (b) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรความเร็วกับเวลาของวัตถุมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงต้านอากาศ f_d และแรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา และมีการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง λ

จากรูปที่ 4 (a) เป็นกราฟที่มีการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรความเร็วกับเวลาของอนุภาคมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา โดยไม่ได้คิดแรงต้านอากาศซึ่งในงานวิจัยนี้ได้มีการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง λ ดังนี้ $\lambda=0.200$, $\lambda=0.202$, $\lambda=0.204$ เมื่อเรากำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงมีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าของความเร็วของอนุภาคมวล m มีค่าเพิ่มขึ้นแปรผันโดยตรงกับค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง ณ เวลาที่ 15 วินาทีอนุภาคมวล m มีค่าความเร็วคือ 60 เมตรต่อวินาที จากรูปที่ 4 (b) เป็นกราฟที่มีการแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรความเร็วกับเวลาของอนุภาคมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา โดยได้คิดแรงต้านอากาศที่เป็นฟังก์ชันความเร็วซึ่งในงานวิจัยนี้ได้มีการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง λ ดังนี้ $\lambda=0.200$, $\lambda=0.202$, $\lambda=0.204$ เมื่อเรากำหนดให้ค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงมีค่าเพิ่มขึ้นจะทำให้ค่าของความเร็วของอนุภาคมวล m มีค่าเพิ่มขึ้นแปรผันโดยตรงกับค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง ณ เวลาที่ 15 วินาทีอนุภาคมวล m มีค่าความเร็วคือ 50 เมตรต่อวินาที โดยประมาณ

การกระจัด

(1) กรณีกำหนดตัวแปรต้นคือ ค่าแรงเริ่มต้น (f_0)

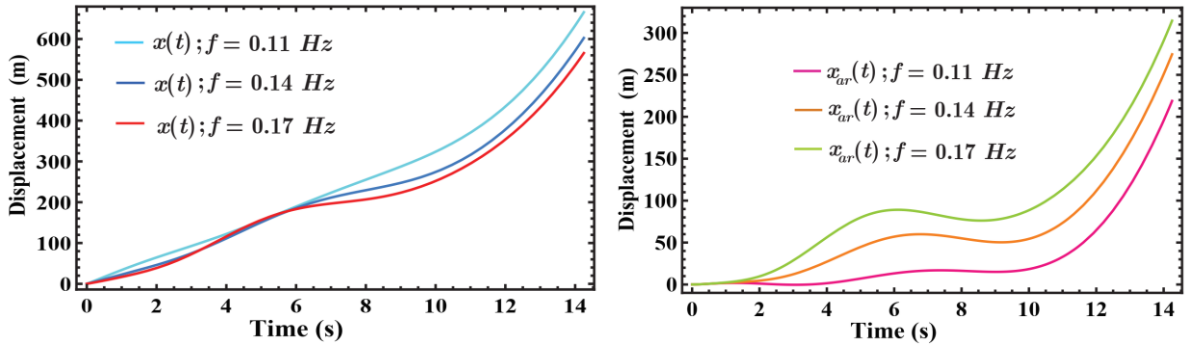


(a) (b)

รูปที่ 5 (a) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรการกระจัดกับเวลาของอนุภาคมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันเวลา $F_1(t)$ และมีการเปลี่ยนแปลงค่าแรงภายนอกเริ่มต้น f_0, (b) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรการกระจัดกับเวลาของวัตถุมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงต้านอากาศ f_d และแรงภายนอก $F_1(t)$ และมีการเปลี่ยนแปลงค่าแรงภายนอกเริ่มต้น f_0

จากรูปที่ 5 (a) เป็นกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรการกระจัดกับเวลาของอนุภาคมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันเวลา $F_1(t)$ กรณีไม่คิดแรงต้านอากาศ และมีการเปลี่ยนแปลงค่าแรงภายนอกเริ่มต้น f_0 ดังนี้ $f_0=12.0$, $f_0=13.0$, $f_0=14.0$ ณ ช่วงเวลา 0 วินาที ถึง 6 วินาที เมื่อค่าแรงภายนอกเริ่มต้น f_0 มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 12.0 ไปเป็น 14.0 ทำให้ค่าของการกระจัดของอนุภาคมวล m มีค่าเพิ่ม แสดงว่าในช่วงเวลา 0 วินาที ถึง 6 วินาที การกระจัดของอนุภาคมวล m แปรผันโดยตรงกับค่าแรงภายนอกเริ่มต้น f_0 แต่ในช่วงเวลา 6 วินาที ถึง 12 วินาทีเป็นต้นไปการกระจัดของอนุภาคมวล m แปรผกผันกับค่าแรงภายนอกเริ่มต้น f_0 โดยที่ ณ เวลาที่ 15 วินาทีอนุภาคมวล m มีค่าการกระจัดอยู่ระหว่าง 250 - 300 เมตร (m) โดยประมาณ ต่อมาจากรูปที่ 5 (b) เป็นกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรการกระจัดกับเวลาของอนุภาคมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันเวลา $F_1(t)$ และมีการคิดแรงต้านอากาศที่เป็นฟังก์ชันของความเร็ว $(f_d(v))$ ซึ่งในงานวิจัยนี้มีการเปลี่ยนแปลงค่าแรงภายนอกเริ่มต้น f_0 ดังนี้ $f_0=12.0$, $f_0=13.0$, $f_0=14.0$ ณ ช่วงเวลา 0 วินาที ถึง 6 วินาที เมื่อค่าแรงภายนอกเริ่มต้น f_0 มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 12.0 ไปเป็น 14.0 ทำให้ค่าของการกระจัดของอนุภาคมวล m มีค่าเพิ่มแสดงว่าในช่วงเวลา 0 วินาที ถึง 6 วินาที การกระจัดของอนุภาคมวล m แปรผันโดยตรงกับค่าแรงภายนอกเริ่มต้น f_0 แต่ในช่วงเวลา 6 วินาที ถึง 12 วินาทีเป็นต้นไปการกระจัดของอนุภาคมวล m แปรผกผันกับค่าแรงภายนอกเริ่มต้น f_0 ณ เวลาที่ 15 วินาที อนุภาคมวล m มีค่าการกระจัดเท่ากับ 150 - 200 เมตร โดยประมาณ

(2) กรณีกำหนดตัวแปรต้นคือ ค่าความถี่ของการสั่น (f)

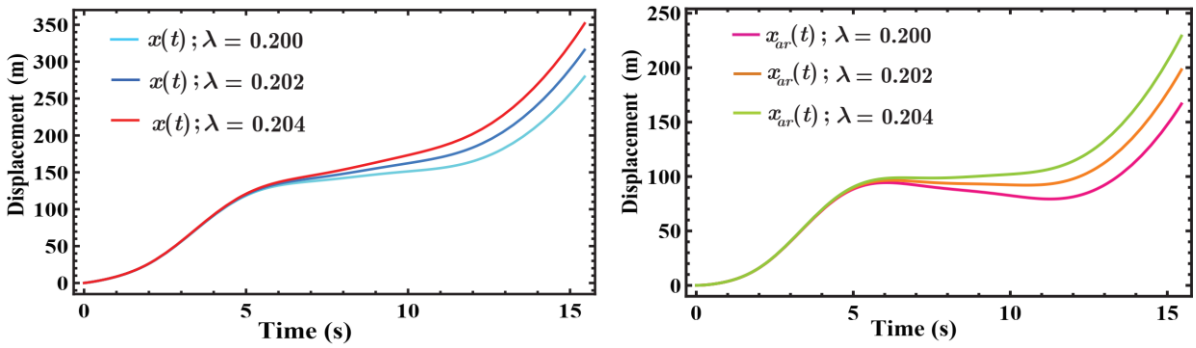


(a) (b)

รูปที่ 6 (a) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรการกระจัดกับเวลาของวัตถุมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันเวลา $F_1(t)$ และมีการเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ของการสั่น f, (b) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรการกระจัดกับเวลาของวัตถุมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงต้านอากาศ f_d และแรงภายนอก $F_1(t)$ และมีการเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ของการสั่น f

จากรูปที่ 6 (a) เป็นกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรการกระจัดกับเวลาของอนุภาคมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันเวลา $F_1(t)$ กรณีไม่คิดแรงต้านอากาศ และมีการเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ของการสั่น f ดังนี้ $f=0.11$เฮิร์ตซ์, $f=0.14$ เฮิร์ตซ์, $f=0.17$ เฮิร์ตซ์ ณ ช่วงเวลา 0 วินาที ถึง 8 วินาที เมื่อค่าความถี่ของการสั่น f มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 0.11 Hz ไปเป็น 14.0 Hz ทำให้ค่าของการกระจัดของอนุภาคมวล m มีค่าเพิ่มแสดงว่าในช่วงเวลา 0 วินาที ถึง 6 วินาที การกระจัดของอนุภาคมวล m แปรผกผันกับค่าความถี่ของการสั่น f แต่ในช่วงเวลา 6 วินาที ถึง 12 วินาทีเป็นต้นไปการกระจัดของอนุภาคมวล m แปรผันตรงกับค่าความถี่ของการสั่น f โดยที่ ณ เวลาที่ 14 วินาทีอนุภาคมวล m มีค่าการกระจัดอยู่ระหว่าง 500 - 600 เมตร โดยประมาณ ต่อมาจากรูปที่ 6 (b) เป็นกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรการกระจัดกับเวลาของอนุภาคมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันเวลา $F_1(t)$ และมีการคิดแรงต้านอากาศที่เป็นฟังก์ชันความเร็ว $(f_d(v))$ ซึ่งในงานวิจัยนี้มีการเปลี่ยนแปลงค่าความถี่ของการสั่น f ดังนี้ $f=0.11$เฮิร์ตซ์, $f=0.14$ เฮิร์ตซ์, $f=0.17$ เฮิร์ตซ์ณ ช่วงเวลา 0 วินาที ถึง 2 วินาที เมื่อค่าความถี่ของการสั่น f มีค่าเพิ่มขึ้นจาก $f=0.11$เฮิร์ตซ์ไปเป็น $f=0.14$ เฮิร์ตซ์ ทำให้ค่าของการกระจัดของอนุภาคมวล m มีค่าคงที่ แสดงว่าในช่วงเวลา 0 วินาที ถึง 2 วินาที การกระจัดของอนุภาคมวล m มีค่าเท่ากัน แต่ในช่วงเวลา 2 วินาทีเป็นต้นไปการกระจัดของอนุภาคมวล m แปรผันตรงกับค่าความถี่ของการสั่น f โดยที่ ณ เวลาที่ 14 วินาทีอนุภาคมวล m มีค่าการกระจัดอยู่ระหว่าง 200 - 300 เมตร โดยประมาณ

(3) กรณีกำหนดตัวแปรต้นคือ ค่าของสัมประสิทธิ์ความหน่วง (λ)



(a) (b)

รูปที่ 7 (a) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรการกระจัดกับเวลาของวัตถุมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา $F_1(t)$ และมีการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง λ , (b) กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรการกระจัดกับเวลาของวัตถุมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงต้านอากาศ f_d และแรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันของเวลา และมีการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง λ

จากรูปที่ 7 (a) เป็นกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรการกระจัดกับเวลาของอนุภาคมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันเวลา $F_1(t)$ และมีการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง λ ดังนี้ λ = 0.200, λ = 0.202, และ λ = 0.204 ณ ช่วงเวลา 0 วินาที ถึง 5 วินาที เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง λ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 0.200 ไปเป็น 0.202 และ 0.204 ตามลำดับ ทำให้ค่าของการกระจัดของอนุภาคมวล m มีค่าเท่ากันแสดงว่าในช่วงเวลา 0 วินาที ถึง 5 วินาที การกระจัดของอนุภาคมวล m มีค่าคงที่ แต่ในช่วงเวลา 6 วินาที ถึง 12 วินาทีเป็นต้นไปเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง λ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 0.200 ไปเป็น 0.202 และ 0.204 ตามลำดับ การกระจัดของอนุภาคมวล m แปรผันตรงกับค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง λ โดยที่ ณ เวลาที่ 15 วินาทีอนุภาคมวล m มีค่าการกระจัดอยู่ระหว่าง 250 - 350 เมตร โดยประมาณ ต่อมาจากรูปที่ 6 (b) เป็นกราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรการกระจัดกับเวลาของอนุภาคมวล m เคลื่อนที่ภายใต้แรงภายนอกที่เป็นฟังก์ชันเวลา $F_1(t)$ และมีการคิดแรงต้านอากาศที่เป็นฟังก์ชันความเร็ว $(f_d(v))$ ซึ่งในงานวิจัยนี้มีการเปลี่ยนแปลงค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง λ ดังนี้ λ = 0.200, λ = 0.202, และ λ = 0.204 ณ ช่วงเวลา 0 วินาที ถึง 5 วินาที เมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง λ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 0.200 ไปเป็น 0.202 และ 0.204 ตามลำดับ ทำให้ค่าของการกระจัดของอนุภาคมวล m มีค่าเท่ากันแสดงว่าในช่วงเวลา 0 วินาที ถึง 5 วินาที การกระจัดของอนุภาคมวล m มีค่าคงที่ แต่ในช่วงเวลา 6 วินาที ถึง 12 วินาทีเป็นต้นไปเมื่อค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง λ มีค่าเพิ่มขึ้นจาก 0.200 ไปเป็น 0.202 และ 0.204 ตามลำดับ การกระจัดของอนุภาคมวล m แปรผันตรงกับค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง λ โดยที่ ณ เวลาที่ 15 วินาทีอนุภาคมวล m มีค่าการกระจัดอยู่ระหว่าง 150 - 230 เมตร โดยประมาณ

สรุปผลการวิจัย

1. ความเร็วของอนุภาคมวล m แปรผันตรงกับค่าความถี่ของการสั่น (f) และค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงค่า (λ) แต่แปรผกผันกับค่าแรงภายนอกเริ่มต้น (f_0) เพิ่มขึ้น โดยที่ความเร็วของอนุภาคเคลื่อนที่ภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลกกรณีที่ไม่มีแรงต้านอากาศมีความเร็วสูงกว่าเมื่อมีแรงต้านอากาศ (f_d)

2. การกระจัดของอนุภาคมวล m แปรผันตรงกับค่าความถี่ของการสั่น (f) แต่แปรผกผันกับค่าแรงภายนอกเริ่มต้น (f_0) และค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วงค่า (λ) โดยที่การกระจัดของอนุภาคเคลื่อนที่ภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลกกรณีที่ไม่มีแรงต้านอากาศมีการกระจัดของอนุภาคมากกว่าเมื่อมีแรงต้านอากาศ (f_d)

3. ข้อจำกัดในการนำเสนอกราฟความสัมพันธ์ระหว่างกรณีของความเร็วของอนุภาคมวล m กับเวลานั้น และกรณีของการกระจัดอนุภาคมวล m กับเวลานั้น พบว่า ในการกำหนดขนาดของตัวแปรต้นในที่นี้คือ ค่าแรงภายนอกเริ่มต้น (f_0) และ ค่าความถี่ของการสั่น (f) จะกำหนดค่าดังกล่าวที่แตกต่างกัน (แสดงดังตารางที่ 1 และตารางที่ 2) ทั้งนี้เพื่อที่จะทำให้การแสดงผลของเส้นกราฟมีความชัดเจน และสามารถพิจารณาผลที่เกิดขึ้นได้ง่ายขึ้นทั้งสองกรณี

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบูรณ์ และคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏอุตรดิตถ์ ที่ให้การสนับสนุนด้านสถานที่ และเวลาในการทำงานวิจัยจนกระทั่งงานสำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

เอกสารอ้างอิง

จิราภรณ์ ปุณยวัจน์พรกุล และวิไลพร ลักษมีวาณิชย์. (2564). ผลของแรงต้านอากาศต่อการตกของกรวยกระดาษด้วยเทคนิควิเคราะห์วิดีโออัตราเร็วสูง. *วารสารวิชาการและวิจัย มทร.พระนคร, 15*(2): 146-157.

จิราวรรณ ทรัพย์ทิพย์, ปิยรัตน์ มูลศรี และอาทิตย์ หู้เต็ม. (2021). การคำนวณหาความเร็วและการกระจัดของอนุภาคที่ถูกรบกวนด้วยแรงภายนอกขึ้นกับเวลาที่เป็นฟังก์ชันโคไซน์และไซน์. *Journal of Science and Technology Phetchabun Rajabhat University, 1*(2), 1-7.

ปิยรัตน์ มูลศรี, ศศิกานต์ ปานปราณีเจริญ และอาทิตย์ หู้เต็ม. (2022). การคำนวณหาความเร็ว และการกระจัดการเคลื่อนที่ของวัตถุที่เคลื่อนที่แบบโพรเจคไทล์ภายใต้แรงต้านอากาศ แรงยก และแรงภายนอกขึ้นอยู่กับเวลาที่สั่นในแกน y. *Journal of Earth Science, Astronomy and Space, 5*(1), 30-39.

รัชนี รุจิวโรดม. (2558). *กลศาสตร์* (พิมพ์ครั้งที่ 2). กรุงเทพฯ: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สมาน มงคลสกุลวงศ์. (2549). *ฟิสิกส์ทั่วไป 1* (เอกสารประกอบการสอน). กรุงเทพฯ: ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

Cooper, I. (2018). *Motion of Falling Objects with Resistance: Doing Physics with Matlab Mechanics*. Retrieved from https://www.scribd.com/document/394536480/Mec-Friction-2.

Ferreira, A., Seyffert, A. S. and Lemmer, M. (2017). Developing a graphical tool for students to understand air resistance and free fall: when heavier objects do fall faster. *Physics Education, 52*(3): 1-9.

Grigore, I. and Barna, E. S. (2015). Using excel spreadsheets to study the vertical motion in a gravitational field. *Procedia-Social and Behavioral Sciences, 191*: 2769 – 2775.

Hutem, A. and Kerdmee, S. (2013). Physics learning achievement study: Projectile, using Mathematica program of faculty of science and technology Phetchabun Rajabhat university students. *European J of physics Education*, *4*(3): 1-12.

Paudel, D. R. (2019). Projectile motion using Mathematica. *Research Journal of Physicsal Sciences, 7*(3): 7-11.

Serway, R. A. and Jewett, J. W. (2017). *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics* (10th ed.). Belmont: Brooks/Cole-Thomson Learning.

Wolfram, S. (1994). *Mathematica: The Student Book*. (pp. 270, 271, 460). New York: Addison Wesley Publishing Company, Inc.

Zimmerman, R. L. and Olness, F. I. (2002). *Mathematica for Physics* (2nd ed.). New York: Addison Wesley Publishing Company, Inc.

Received: October 9, 2023 Revised: November 19, 2023
Accepted: December 13, 2023 Published: December 26, 2023

อายุและระยะทางของกระจุกดาวเปิด NGC 2323
Age and Distance of NGC 2323 Open Clusters

รุ่งสว่าง ประคำทอง[1] นันธิชา โตไพโรจน์ [1] ศิริพรรณ ศรัทธาผล[1] และ วริษา ปานเจริญ [1*]
Rungsahwang Prakhumtong[1] Nanthicha Topairoj[1] Siriphan Satthaphon[1] and Warisa Pancharoen[1*]

[1] สาขาวิชาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี
[1] Science and Technology Program, Faculty of Science and Technology Phetchaburi Rajabhat University
[*] warisa.pan@mail.pbru.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณหาคุณสมบัติของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 โดยการวิเคราะห์จากภาพถ่าย ซึ่งทำการเก็บข้อมูลภาพด้วยซีซีดีโฟโตมิเตอร์ที่ต่อเข้ากับกล้องโทรทรรศน์ สะท้อนแสงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.5 เมตร ณ ประเทศสหรัฐอเมริกา โดยใช้การควบคุมกล้องผ่านเว็บไซด์ itelescope.net ผ่านแผ่นกรองแสงสีน้ำเงิน (B) และเหลือง(V) นำภาพถ่ายกระจุกดาวเปิดNGC 2323 ที่ได้ไปผ่านกระบวนการกำจัดสัญญาณรบกวน จากนั้นวัดค่าความสว่างด้วยโปรแกรม IRIS และนำมาสร้างแผนภาพเฮิรตซ์ปรุง-รัสเซลล์ (H-R Diagram) ของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 วัดค่าโชติมาตรปรากฏของดาวฤกษ์จำนวน 280 ดวง และนำแผนภาพเฮิรตซ์ปรุง-รัสเซลล์ (H-R Diagram) ที่ได้มาซ้อนทับแผนภาพเฮิรตซ์ปรุง-รัสเซลล์มาตรฐานทำการหาจุดวกกลับ เพื่อหาค่าระยะห่างจากโลกและอายุของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 พบว่า มีระยะห่างจากโลกประมาณ 1,000 พาร์เซค หรือ 3,262 ปีแสง และมีอายุประมาณ 132 ล้านปี

คำสำคัญ: ดาวฤกษ์, กระจุกดาวเปิด, NGC 2323

Abstract

In this research, we studied the properties of the stars in NGC 2323 open cluster. Image data of the NGC 2323 open clusters were observed by using a CCD photometer in B and V filters connected to a 0.5 m reflecting telescope, controlled through the itelescope.net website. The image of NGC 2323 was eliminated interference and intensity by using the IRIS program. The photometry technique was used to calculate the magnitude of stars in NGC 2323 clusters. The graph of the H-R diagram of NGC 2323 Cluster was plotted and compared with it the standard H-R diagram. The results show that the distance of NGC 2323 is 1,000 parsecs or 3,262 light years and the age is 132 Myrs.

Keywords: stars, open cluster, NGC 2323

บทนำ

การศึกษาเกี่ยวกับดาราศาสตร์เป็นการศึกษา ดวงดาวในระบบสุริยะ เช่น ดาวฤกษ์ ดาวเคราะห์ กระจุกดาว ระบบดาวคู่ เป็นต้น โดยดาราศาสตร์มีความสำคัญต่อมนุษย์เรามาอย่างยาวนาน เราใช้ดาวที่ส่องแสงสว่างในตอนกลางคืนช่วยในการนำทางในการเดินเรือของชาวประมง ใช้ในการบอกถึงช่วงฤดูกาลต่างๆ นอกจากนี้ยังมีการศึกษาปรากฏการณ์ทางธรรมชาติ เช่น ปรากฏการณ์ฝนดาวตก การเกิดสุริยุปราคา เป็นต้น ปัจจุบันเมื่อวิทยาศาสตร์ก้าวหน้าขึ้นได้เริ่มมีการศึกษาอย่างจริงจังโดยทางด้านดาราศาสตร์ได้รับความสนใจมากขึ้นทำให้เกิดการค้นพบและศึกษาเกี่ยวกับปรากฏการณ์ที่เกิดขึ้นทั้งในอดีตและอนาคตต่อไป โดยเริ่มการศึกษาเกี่ยวกับวิวัฒนาการ ลักษณะทางกายภาพทางเคมี การโคจรของดาว ตลอดจนการกำเนิดของดวงดาวและเอกภพทั้งนี้โดยนัก ดาราศาสตร์ได้มีเป้าหมายในการสังเกตการณ์ คือ ดาวฤกษ์ ดาวเคราะห์ กระจุกดาว และระบบดาวคู่ ที่สนใจเป็นพิเศษ ไม่ใช่การศึกษาการโคจรของดาวแต่รวมไปถึงคุณสมบัติต่างๆ ของดวงดาวอีกด้วย (พัชริฎา เพชรางกูร และคณะ, 2558)

กระจุกดาวเปิด คือ กระจุกดาวจำนวนมากที่อยู่รวมกันด้วยแรงดึงดูดอย่าง หลวม ๆ ส่วนใหญ่เป็นกระจุกดาวที่เกิดใหม่ ดาวฤกษ์ในกระจุกดาวเดียวกันมักมีอายุ ใกล้เคียงกัน มีลักษณะทางเคมีที่คล้ายคลึงกัน และมีลักษณะทางกายภาพที่สัมพันธ์กัน ในการศึกษาเกี่ยวกับกระจุกดาวจึงมีระยะทางสมมุติที่เท่ากันทั้งกระจุกดาว (วิระภรณ์ ไหมทอง และคณะ, 2560) ซึ่งการทำการศึกษากระจุกดาว ทำให้ทราบถึงสมบัติบางประการของดาวฤกษ์ซึ่งทำให้มนุษย์เข้าใจวิวัฒนาการของดาวฤกษ์ได้ดียิ่งขึ้น กระจุกดาวเปิด NGC 2323 หรือ M 50 เป็นกระจุกดาวเปิดในกลุ่มดาว ม้ายูนิคอร์น (Monoceros) โดยมีตำแหน่งบนท้องฟ้าอยู่บนทางช้างเผือกระหว่างดาวซิริอุสและดาวโพรซิออน จากการศึกษาของ Frolov และคณะ (2012) พบว่า มีค่าไรซ์แอสเซนชัน (RA.) 07h 02m 47.5 และ เดคลิเนชัน (DEC.) -08° 20’ 16” และ มีอายุอยู่ในช่วงประมาณ 140 ล้านปีใกล้เคียงกับการศึกษาของ Oralhan และคณะ (2019) ที่ได้ทำการศึกษากระจุกดาวเปิด NGC 2323 และ NCG 2539 พบว่า กระจุกดาวเปิด NGC 2323 นั้น มีอายุอยู่ในช่วง 200 ± 50 ล้านปี และมีระยะห่างจากโลก ประมาณ 900 – 1,000 พาร์เซก สอดคล้องกับการศึกษาของ Josonjot และคณะ (2003) ซึ่งศึกษาอายุของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 ได้ 130 ล้านปี และมีระยะห่างจากโลก 1,000 พาร์เซก

งานวิจัยนี้จะศึกษาถึงสมบัติทางกายภาพของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 โดยทำการศึกษาหาอายุและระยะทางของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 โดยใช้เทคนิคโฟโตเมตรีในการวิเคราะห์ข้อมูล

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

ศึกษาหาอายุและระยะทางของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 โดยใช้เทคนิคโฟโตเมตรี

วิธีดำเนินการวิจัย

การศึกษาคุณสมบัติทางกายภาพของดาวฤกษ์ในกระจุกดาวเปิด NGC 2323 ในครั้งนี้ ได้ทำการเก็บข้อมูลจากการสังเกตการณ์ ด้วยกล้องซีซีดีโฟโตมิเตอร์ ที่ต่อเข้ากับกล้องโทรทรรศน์สะท้อนแสง ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.5 เมตร ณ ประเทศสหรัฐอเมริกา โดยใช้การควบคุมกล้องผ่านเว็บไซด์ itelescope.net ผ่านแผ่นกรองแสงในช่วงความยาวคลื่นสีน้ำเงิน (B) และ สีเหลือง (V) ในวันที่ 20 เดือน มกราคม พ.ศ. 2565 จำนวน 280 ภาพ นำภาพถ่ายที่ได้มากำจัดสัญญาณรบกวน (Reduction Image) ด้วยโปรแกรม IRIS เพื่อให้ได้แสงดาวฤกษ์อย่างแท้จริง จากนั้นทำการวัดค่าความสว่าง (Intensity) ของดาว แล้วมาคำนวณหาค่าโชติมาตรปรากฏ (Apparent Magnitude) ตามสมการที่ 1

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \left(\frac{f_1}{f_2}\right) \quad (1)$$

จากนั้นทำการสร้างแผนภาพเฮิรตซ์ปรุง-รัสเซลล์ (H-R diagram) โดยกำหนดแกนตั้งเป็นค่าโชติมาตรปรากฏ (m) และแกนนอนเป็นค่าดัชนีสี (B-V) จากนั้นสามารถนำมาวิเคราะห์หาระยะห่างจากโลกด้วยวิธีการซ้อนลำดับหลัก (Main Sequence Fitting) โดยซ้อนแผนภาพเฮิรตซ์ปรุง-รัสเซลล์ของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 กับแผนภาพเฮิรตซ์ปรุง-รัสเซลล์มาตรฐานเพื่อหาค่าโชติมาตรสัมบูรณ์ นำค่าโชติมาตรปรากฏและค่าโชติมาตรสัมบูรณ์ มาคำนวณหาระยะห่างจากโลก (d) ของกระจุกดาวเปิด ดังสมการที่ 2

$$d = 10^{\left(\frac{m - M + 5}{5}\right)} \quad (2)$$

ในการวิเคราะห์หาอายุของกระจุกดาวนั้น สามารถหาอายุของกระจุกดาวในแถบลำดับหลัก (Main Sequence) ได้ดังสมการที่ 3

$$t = 10^{10} \text{years} \left[\frac{M}{M_{sum}}\right]^{-2.5} \quad (3)$$

คำนวณหาอัตราส่วนมวลของดาวต่อมวลดวงอาทิตย์ โดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างกำลังส่องสว่างและระยะห่างของดาวเปรียบเทียบกับกำลังการส่องสว่างและระยะห่างของดาวเทียบกับดวงอาทิตย์ ได้ดังสมการที่ 4

$$m - M_{sun} = -2.5 \log \left[\left(\frac{L}{L_{sun}}\right)\left(\frac{d_{sun}}{d}\right)^2\right] \quad (4)$$

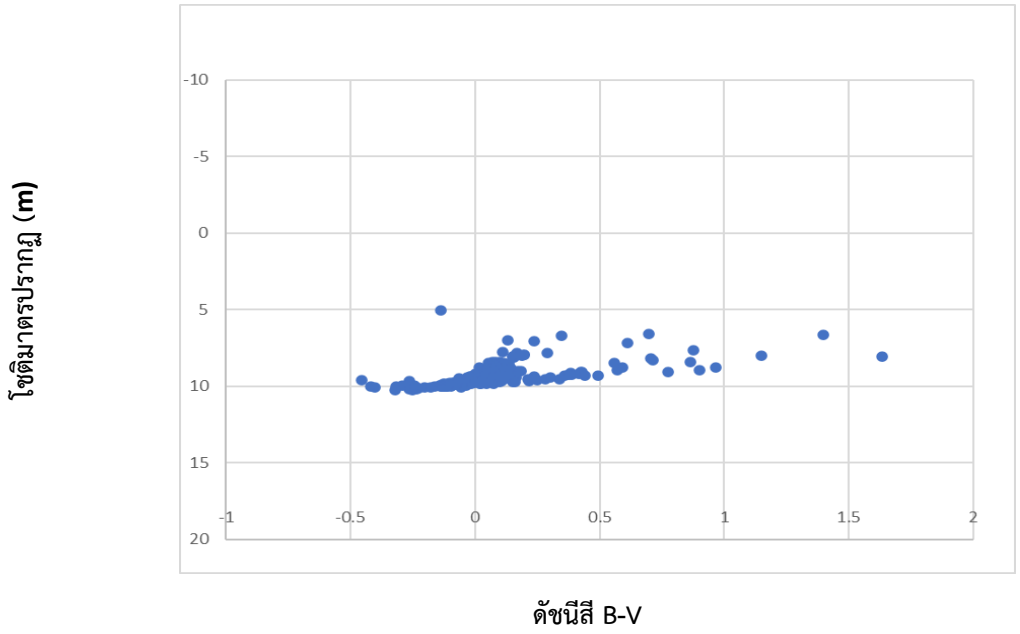
เมื่อทราบค่าอัตราส่วนกำลังส่องสว่างของดาวกับดวงอาทิตย์ จากความสัมพันธ์ระหว่างกำลังส่องสว่างของดาวกับดวงอาทิตย์ นำมาคำนวณหาค่าอัตราส่วนมวลของดาวต่อมวลดวงอาทิตย์ ตามสมการที่ 5 เพื่อนำค่าที่ได้ไปวิเคราะห์หาอายุของกระจุกดาว ตามสมการที่ 3

$$\log \left(\frac{L}{L_{sun}}\right) = 3.5 \log \left(\frac{M}{M_{sun}}\right) \quad (5)$$

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

จากภาพถ่ายกระจุกดาวเปิด NGC 2323 จำนวน 280 ดวง ทำการวิเคราะห์หาค่าความสว่าง (Intensity) ด้วยโปรแกรม IRIS แล้วนำค่าที่ได้ไปสร้างกราฟเพื่อสร้างแผนภาพเฮริตซ์ปรุง-รัสเซลล์ (H-R Diagram) โดยกำหนดแกนตั้งเป็นค่าโชติมาตรปรากฏ (m) และแกนนอนเป็นค่าดัชนีสี (B- V) ได้ดังรูปที่ 1

Journal of Earth Science, Astronomy and Space
Vol. 6 No. 1 ISSN 2673-0480 (Online)



รูปที่ 1 แสดงแผนภาพเฮิรตซ์ปรุง-รัสเซลล์ (H-R diagram) ของกระจุกดาวเปิด NGC 2323

คำนวณหาระยะห่างจากโลกของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 โดยวิธีการซ้อนลำดับหลัก (Main Sequence Fitting) โดยซ้อนแผนภาพเฮริตซ์ปรุง-รัสเซลล์ของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 กับแผนภาพเฮริตซ์ปรุง-รัสเซลล์มาตรฐาน เพื่อหาค่าโชติมาตรสัมบูรณ์ (Absolute Magnitude, M) ดังรูปที่ 2 ได้ค่าโชติมาตรปรากฏของดาว (m) มีค่าประมาณ 8.5 และค่าโชติมาตรสัมบูรณ์มาตรฐาน (M) มีค่าประมาณ -1.5 นำค่าที่ได้จากการอ่านค่าจากการเปรียบเทียบการซ้อนแผนภาพ H-R Diagram ของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 กับแผนภาพ H-R Diagram มาตรฐาน มาคำนวณหาระยะห่างจากโลก (d) ของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 ตามสมการที่ (2)

$$d = 10^{\left(\frac{m-M+5}{5}\right)}$$

$$d = 10^{\left(\frac{8.5+1.5+5}{5}\right)}$$

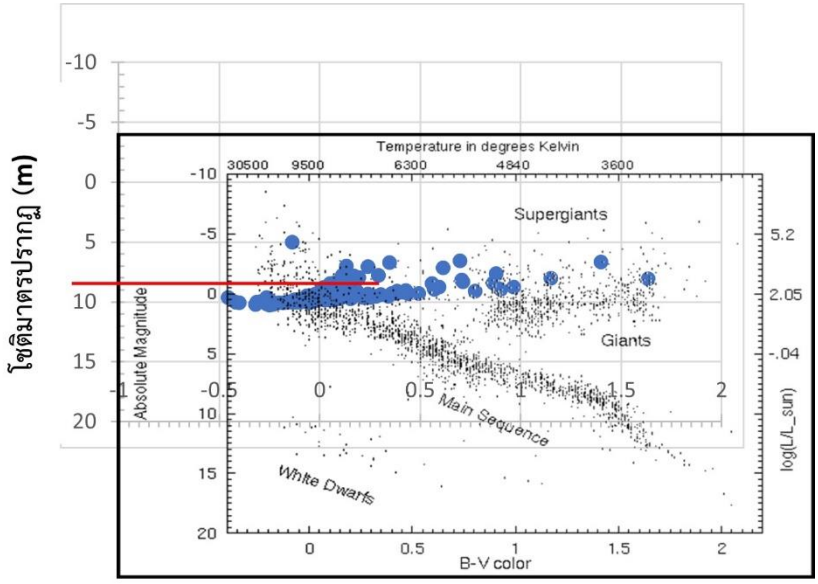
$$d = 10^{\left(\frac{15}{5}\right)}$$

$$d = 10^{(3)}$$

$$d = 1000 \text{ พาร์เซค}$$

$$d = 3{,}261.563777 \text{ ปีแสง}$$

ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Kalirai และคณะ (2003) และ Oralhan และคณะ (2019) ที่ทำการศึกษาระยะห่างของกระจุกดาวเปิด NGC2323 ได้ระยะทาง 1,000 พาร์เซก เช่นเดียวกัน



รูปที่ 2 แสดงการซ้อนแผนภาพ H-R Diagram ของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 กับแผนภาพ H-R Diagram มาตรฐาน

อ่านค่าโชติมาตรของกระจุกดาวที่จุดพ้นลำดับหลัก (Main Sequence Turn off Point) ของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 ซึ่งเป็นจะได้ค่าโชติมาตรปรากฏของดาวที่จุดเบนออกจากแถบกระบวนหลัก (m) มีค่าประมาณ 8.5 คำนวณหาอายุของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 ด้วยสมการ (3) โดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางกับกำลังส่องสว่าง ในการคำนวณหาอายุของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 ในสมการที่ (4) และ (5) เพื่อหาอัตราส่วนระหว่างมวลของกระจุกดาวและดวงอาทิตย์

$$m_1 - m_{sum} = -2.5 \log\left[\left(\frac{L_1}{L_{sum}}\right)\left(\frac{d_{sum}}{d_1}\right)^2\right]$$

$$8.5-(-26.5) = -2.5\log\left[\left(\frac{L}{L_{sun}}\right)\left(\frac{4.848132\times10^{-6}}{\mathbf{1000}}\right)^2\right]$$

$$\left(\frac{L}{L_{sun}}\right) = \frac{10^{-14}}{2.350439\times10^{-17}}$$

$$\frac{L}{L_{sun}} = 425.453$$

$$\log\left(\frac{L}{L_{sun}}\right) = 3.5\log\left(\frac{M}{M_{sun}}\right)$$

Journal of Earth Science, Astronomy and Space
Vol. 6 No. 1 ISSN 2673-0480 (Online)

$$3.5\log\left(\frac{M}{M_{sun}}\right) = \log(425.453)$$

$$\log\left(\frac{M}{M_{sun}}\right) = \frac{2.62885}{3.5}$$

$$\frac{M}{M_{sun}} = 10^{0.751}$$

$$\frac{M}{M_{sun}} = 5.641$$

แทนค่าอัตราส่วนมวลที่ได้ลงในสมการที่ (3) เพื่อหาอายุของกระจุกดาว NGC 2323

$$t = 10^{10}\text{years}\left[\frac{M}{M_{sum}}\right]^{-2.5}$$

$$t = 10^{10}\text{years}\left[5.641\right]^{-2.5}$$

$$t = 10^{10} \times 0.0132$$

$$t = 132{,}000{,}000 \text{ ปี}$$

$$t = 132 \text{ ล้านปี}$$

จากการคำนวณหาอายุกระจุกดาวเปิด NGC 2323 มีอายุประมาณ 132 ล้านปี ใกล้เคียงกับงานวิจัยของ Kalirai และคณะ (2003) ซึ่งศึกษาอายุของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 ได้ 130 ล้านปี

สรุปผลการวิจัย

จากการศึกษาคุณสมบัติทางกายภาพของดาวฤกษ์ในกระจุกดาวเปิด NGC 2323 เพื่อคำนวณหาอายุและระยะห่างจากโลกของกระจุกดาวเปิดด้วยซีซีดีโฟโตมิเตอร์ (CCD Photometer) ที่ต่อเข้ากับกล้องโทรทรรศน์สะท้อนแสง ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.5 เมตร ในวันที่ 20 เดือน มกราคม พ.ศ 2565 พบว่า อายุของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 มี อายุประมาณ 132 ล้านปี ซึ่งสอดคล้องกับผลการวิจัยที่ได้ทำการศึกษามาก่อนหน้านี้ ของ Frolov และคณะ (2012) ซึ่งศึกษาอายุของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 ได้ช่วงอายุอยู่ในช่วงประมาณ 140 ล้านปี และใกล้เคียงกับการศึกษาของ Oralhan และคณะ (2019) มีอายุอยู่ในช่วง 200 ± 50 ล้านปี Kalirai และคณะ (2003) ซึ่งศึกษาอายุของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 ได้ 130 ล้านปี และ มีระยะห่างจากโลกประมาณ 1,000 พาร์เซค หรือ 3,262 ปีแสง ซึ่งใกล้เคียงกับการศึกษาของ Oralhan และคณะ (2019) ซึ่งคำนวณระยะห่างจากโลกของกระจุกดาวเปิด NGC 2323 ได้ค่าประมาณ 900 – 1,000 พาร์เซก Kalirai และคณะ (2003) ที่คำนวณระยะห่างจากโลกได้ 1,000 พาร์เซก

เอกสารอ้างอิง

บุญรักษา สุนทรธรรม. (2550). *ดาราศาสตร์ฟิสิกส์* (พิมพ์ครั้งที่ 1). เชียงใหม่: ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

พัชริฎา เพชรางกูร และศิริขวัญ กรกฎ. (2558). *การหาอายุ ระยะทางของกระจุกดาวทรงกลม M3 กระจุกดาวเปิด M35 M44 และ M67 ด้วยเทคนิคซีซีดีโฟโตเมทรีและการศึกษาเปรียบเทียบ* (รายงานผลการวิจัย). จันทบุรี: มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

มติพล ตั้งมติธรรม. (2556). *คู่มือการศึกษาดาราศาสตร์เชิงปฏิบัติการ* (พิมพ์ครั้งที่ 1). เชียงใหม่: สถาบันวิจัยดาราศาสตร์แห่งชาติ (องค์การมหาชน)

วิระภรณ์ ไหมทอง, นววรรณ บางโป่ง, เบญจภรณ์ตุ่นภักดี และสุวนิตย์ วุฒสังข์. (2560). การศึกษากระจุกดาวเปิดด้วยกล้องโทรทรรศน์ขนาดเล็ก. *วารสารมหาวิทยาลัยทักษิณ (ฉบับพิเศษ จากงานประชุมวิชาการระดับชาติมหาวิทยาลัยทักษิณ ครั้งที่ 27), 20*(3): 284-291.

Frolov, V. N., Ananjevskaja, Y. K. and Polyakov, E. V. (2012). Investigation of the Open Star Cluster NGC 2323 (M50) Based on the Proper Motions and Photometry of Its Constituent Stars. *Astronomy Letters, 38*(2): 74-86.

Hertzsprung-Russell Diagram. (2007). Retrieved from http://www.astronomynotes.com.

Jasonjot, S. K., Gregory, G. F., Harvey, B. R. and Paolo V. (2003). The CFHT Open Star Cluster Survey. IV. Two Rich, Young Open Star Clusters: NGC 2168 (M35) and NGC 2323 (M50). *The Astronomical Journal*, *126*(3): 1402–1414.

Messier Objects. (2021). Messier 38: Starfish Cluster. Retrieved 21 March 2022, http://www.messier-objects.com/messier-38-starfish-cluster

Oralhan, I. A., Michel, R., William, J. S., Yüksel, K., Yonca, K. and Carlos, C. (2019). CCD UBV(RI)$_{KC}$ Photometry of NGC 2323 and NGC 2539 Open Clusters. *Journal of Astrophysics and Astronomy, 40*(33): 1-18.

Simbad Astronomical Database. Retrieved 21 March 2022, http://simbad.u-strasbg.fr/simbad

Suraphit, H. and Sakdawoot, M. (2016). The study of age and distance of open cluster by using H-R diagram. *Astronomical Society of Japan, 68*(SP1): 1-2.

Journal of Earth Science, Astronomy and Space
Vol. 6 No. 1 ISSN 2673-0480 (Online)

Received: October 9, 2023 Revised: November 19, 2023
Accepted: December 13, 2023 Published: December 26, 2023

การศึกษาคุณสมบัติทางกายภาพของกระจุกดาวเปิด M48
The Properties of M48 Open Clusters

วราภรณ์ เดือนสวัสดิ์[1] อาภัสรา จงเจริญ[1] สรวิศิษฏ์ รักพาณิชย์[1] และ นิรุธ ล้ำเลิศ [1*]
Waraporn Dueansawat [1] Apatsra Jongjaroen[1] Sornvisit Rakpanich[1] and Niroot Lamlert[1*]

[1] สาขาวิชาวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี
[1] Science and Technology Program, Faculty of Science and Technology Phetchaburi Rajabhat University
[*] Niroot.lam@mail.pbru.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อคำนวณหาค่าระยะห่างจากโลก และอายุของกระจุกดาวเปิด M 48 โดยการวิเคราะห์จากภาพถ่าย ซึ่งทำการเก็บข้อมูลภาพถ่ายด้วยกล้องซีซีดีโฟโตมิเตอร์ที่ต่อเข้ากับกล้องโทรทรรศน์สะท้อนแสงขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.5 เมตร ณ ประเทศสหรัฐอเมริกาโดยใช้การควบคุมกล้องผ่านเว็บไซต์ itelescope.net ผ่านแผ่นกรองแสงสีน้ำเงิน (B) และเหลือง (V) หลังจากนั้นนำภาพถ่ายกระจุกดาวเปิด M 48 ที่ได้ผ่านกระบวนการกำจัดสัญญาณรบกวน จากนั้นวัดค่าความสว่างด้วยโปรแกรม IRIS ของกระจุกดาวเปิด M 48 โดยวัดค่าโชติมาตรปรากฏของดาวฤกษ์จำนวน 243 ดวง แล้วสร้างเป็นแผนภาพเฮิรตซ์ปรุง-รัสเซลล์ (H-R Diagram) เมื่อซ้อนทับแผนภาพเฮิรตซ์ปรุง-รัสเซลล์มาตรฐานทำการหาจุดวกกลับเพื่อหาค่าระยะห่างจากโลกและอายุของกระจุกดาวเปิด M 48 พบว่ามีระยะห่างจากโลกประมาณ 794 พาร์เซค หรือ 2,590 ปีแสง และมีอายุประมาณ 495 ล้านปี

คำสำคัญ: ดาวฤกษ์, กระจุกดาวเปิด, M 48

Abstract

In this research, we investigated the properties of stars within the M 48 open cluster. Image data of the M 48 open cluster were obtained using a CCD photometer with B and V filters, which was connected to a 0.5 m reflecting telescope and controlled through the itelescope.net website. The IRIS program was employed to remove interference and adjust intensity in the M 48 image. We applied photometric techniques to determine the magnitudes of stars in the M 48 cluster. Subsequently, we created an H-R diagram for the M 48 cluster and compared it to the standard H-R diagram. The results revealed that the distance to M 48 is approximately 794 parsecs, equivalent to 2,590 light years, and its age is estimated to be 495 million years (Myr).

Keywords: stars, open cluster, M 48

บทนำ

วิถีชีวิตของมนุษย์มีความผูกพันกับปรากฏการณ์ทางดาราศาสตร์มาช้านานแล้ว ดวงอาทิตย์ลูกไฟดวงใหญ่ให้แสงสว่างและความอบอุ่นแก่สรรพสิ่งบนพื้นโลก ดวงจันทร์และดาวจำนวนมหาศาลที่ปรากฏบนท้องฟ้าในยามค่ำคืนเป็นสิ่งที่มนุษย์มีความคุ้นเคย จนสามารถสังเกตเห็นวัฏจักรแห่งการเปลี่ยนแปลงอย่างเป็นระบบของวัตถุท้องฟ้า ปรากฏการณ์ทางธรรมชาติมากมาย เช่น การปรากฏของดาวหาง ผีพุ่งไต้ ราหูอมจันทร์ เป็นต้น ที่มนุษย์ในยุคก่อนไม่อาจเข้าใจว่าสิ่งที่ปรากฏบนท้องฟ้าเหล่านั้นคืออะไร จะก่อภัยพิบัติแก่สรรพชีวิตบนพื้นโลกหรือไม่ ปรากฏการณ์ทางธรรมชาติทั้งหลายยังครอบงำให้มนุษย์มีความหวาดกลัวและพยายามหาทางขจัดปัดเป่าให้สูญสิ้นไป ด้วยความอยากรู้ของมนุษย์ ผลักดันให้มนุษย์พยายามสังเกตวัตถุท้องฟ้าและปรากฏการณ์บนฟากฟ้าอย่างต่อเนื่อง อุปกรณ์ช่วยสังเกตการณ์ ไม่ว่าจะเป็นทรงกลมท้องฟ้า เครื่องวัดพิกัดหรือสิ่งก่อสร้างที่ใช้เป็นหมายบอกตำแหน่งการขึ้น-ตก ของวัตถุท้องฟ้า ถูกสร้างขึ้นมากมาย ทำให้มนุษย์มีความเข้าใจระบบของธรรมชาติและศาสตร์แห่งท้องฟ้ามากขึ้นเรื่อย ๆ และวิชาดาราศาสตร์จึงได้ถูกพัฒนาขึ้นมาอย่างรวดเร็วจนถึงปัจจุบัน (บุญรักษา สุนทรธรรม, 2550)

กระจุกดาว M48 เป็นกระจุกดาวเปิดในกลุ่มดาวงูไฮดรา (Hydra) ค้นพบโดย Charles Messier ในปี ค.ศ. 1771 อยู่ห่างจากโลกโดยประมาณ 1,500 ปีแสง มี R.A. 08h 13m 38.9s และ Dec. -05° 43’ 34’’ (SIMBAD astronomical database) จากการศึกษาของ ฉัตรสกุล อุ่นเพชร และคณะ (2559) ทำการศึกษาภาพถ่ายจากกล้องซีซีดีโฟโตมิเตอร์ผ่านแผ่นกรองแสงสีน้ำเงิน (B) และแสงสีที่ตามองเห็น (V) ของดาวฤกษ์ในกระจุกดาว M48 มีจำนวน 392 ดวง เพื่อนำมาวิเคราะห์หาค่าระยะทางและอายุของกระจุกดาว M48 โดยวิธีเทคนิคโฟโตเมตรี (Photometry) พบว่ากระจุกดาว M48 มีระยะทาง 724 พาร์เซก (pc) และเมื่อพิจารณาดาวฤกษ์ในกระจุกดาวพบว่าดาวฤกษ์มีอายุประมาณ 5.036×10^{8} ปี ซึ่งมีค่าสอดคล้องกับการศึกษาของ Wu และคณะ (2005) ที่ทำการศึกษาในช่วงความยาวคลื่น 400 ถึง 1000 นาโนเมตร พบว่าอายุของกระจุกดาวมีค่า 320 ล้านปี และมีระยะห่าง 780 พาร์เซก Balaguer-Núñez และคณะ (2005) ศึกษาเกี่ยวกับระยะทางของกระจุกดาว M48 มีค่าเท่ากับ 725 พาร์เซก ค่าดัชนีสี (B-V) อยู่ระหว่าง 0.06 ถึง 0.03 และมีอายุประมาณ 400 ล้านปี Sydney และคณะ (2015) ทำการศึกษาอายุของกระจุกดาวโดยใช้แผนภาพดัชนีสีของดาว พบว่าอายุของกระจุกดาว M48 โดยเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 450 ปี

งานวิจัยนี้จะศึกษาถึงสมบัติทางกายภาพของกระจุกดาวเปิด M48 โดยทำการศึกษาหาอายุและระยะทางของกระจุกดาวเปิด M48 โดยใช้เทคนิคโฟโตเมตรีในการวิเคราะห์ข้อมูล

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อหาอายุและระยะทางของกระจุกดาวเปิด M48

วิธีดำเนินการวิจัย

การศึกษาคุณสมบัติทางกายภาพของดาวฤกษ์ในกระจุกดาวเปิด NGC 2323 ในครั้งนี้ ได้ทำการเก็บข้อมูลจากการสังเกตการณ์ ด้วยกล้องซีซีดีโฟโตมิเตอร์ ที่ต่อเข้ากับกล้องโทรทรรศน์สะท้อนแสง ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.5 เมตร ณ ประเทศสหรัฐอเมริกา โดยใช้การควบคุมกล้องผ่านเว็บไซต์ itelescope.net ผ่านแผ่นกรองแสงในช่วงความ ยาวคลื่นสีน้ำเงิน (B)และ สีเหลือง(V) ในวันที่ 20 เดือน มกราคม พ.ศ. 2565 จำนวน 243 ภาพ ภาพถ่ายที่ได้มากำจัดสัญญาณรบกวน (Reduction Image) และทำการวัดแสงด้วยเทคนิคโฟโตเมตรีด้วยโปรแกรม IRIS กำหนดดาวอ้างอิง แล้วเปรียบเทียบกับฐานข้อมูล SIMBAD

Astronomical Database จากนั้นหาโชติมาตรปรากฏ (V) ของดาวอ้างอิง เพื่อนำมาสร้างแผนภาพเอชอาร์ (H-R diagram) นำแผนภาพที่ได้มาเปรียบเทียบกับแผนภาพเอชอาร์ (H-R diagram) มาตรฐาน เพื่อวิเคราะห์หาค่าโชติมาตรปรากฏ โชติมาตรสัมบูรณ์ และดัชนีสีของกระจุกดาวเปิด M48

ทำการวิเคราะห์ค่าระยะทางได้จากความสัมพันธ์ของโชติมาตรปรากฏ และโชติมาตรสัมบูรณ์ของกระจุกดาวที่อ่านจากแผนภาพเอชอาร์ (H-R diagram) โดยใช้สมการ

$$d = 10^{\left[\frac{m - M + 5}{5}\right]} \qquad (1)$$

เมื่อ m คือ โชติมาตรปรากฏ
M คือ โชติมาตรสัมบูรณ์
d คือ ระยะทาง (พาร์เซก)

หาความสัมพันธ์ของโชติมาตรปรากฏและระยะทางเพื่อหากำลังส่องสว่างของกระจุกดาว โดยใช้สมการ

$$m - m_{sun} = -2.5\log\left[\left(\frac{L}{L_{sun}}\right)\left(\frac{d_{sun}}{d}\right)^2\right] \qquad (2)$$

เมื่อ m คือ โชติมาตรปรากฏของกระจุกดาว M48
L คือ กำลังส่องสว่างของกระจุกดาว M48 (วัตต์)
d คือ ระยะทางของกระจุกดาว M48 (พาร์เซก)
m_{sun} คือ โชติมาตรปรากฏของดวงอาทิตย์ (-26.5)
L_{sun} คือ กำลังส่องสว่างของดวงอาทิตย์ (วัตต์)
d_{sun} คือ ระยะทางของดวงอาทิตย์ (4.85×10^{-6} พาร์เซก)

จากความสัมพันธ์ระหว่างกำลังส่องสว่างของกระจุกดาวกับดวงอาทิตย์สามารถหามวลของกระจุกดาวโดยใช้ความสัมพันธ์ ดังสมการ

$$\frac{L}{L_{sun}} = \left[\frac{M}{M_{sun}}\right]^{3.5} \qquad (3)$$

เมื่อ L คือ กำลังส่องสว่างของกระจุกดาว M48 (วัตต์)
L_{sun} คือ กำลังส่องสว่างของดวงอาทิตย์ (วัตต์)
M คือ มวลของกระจุกดาว M48 (กิโลกรัม)
M_{sun} คือ มวลของดวงอาทิตย์ (กิโลกรัม)

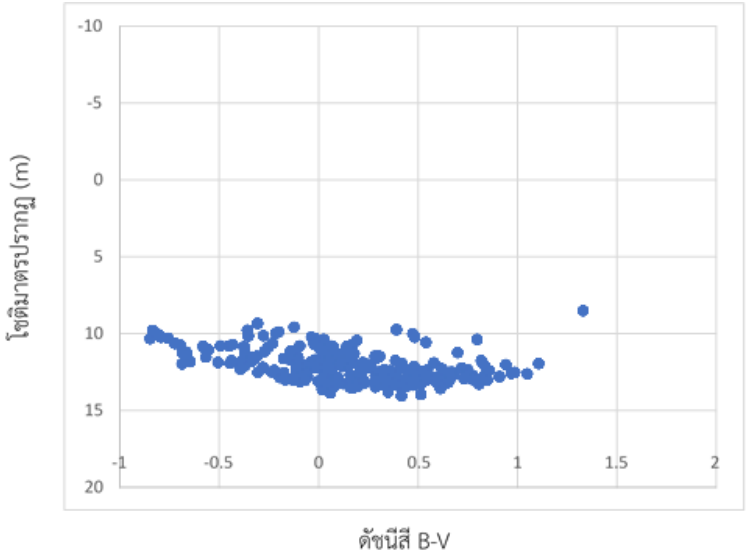
คำนวณอายุของกระจุกดาวโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างมวลของกระจุกดาวและมวลของดวงอาทิตย์ ดังสมการ

$$t \approx 10^{10} \text{years} \left[\frac{M}{M_{sun}}\right]^{-2.5} \quad (4)$$

เมื่อ t คือ อายุของกระจุกดาว M48 (ล้านปี)
M คือ มวลของกระจุกดาว M48 (กิโลกรัม)
M_{sun} คือ มวลของดวงอาทิตย์ (กิโลกรัม)

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

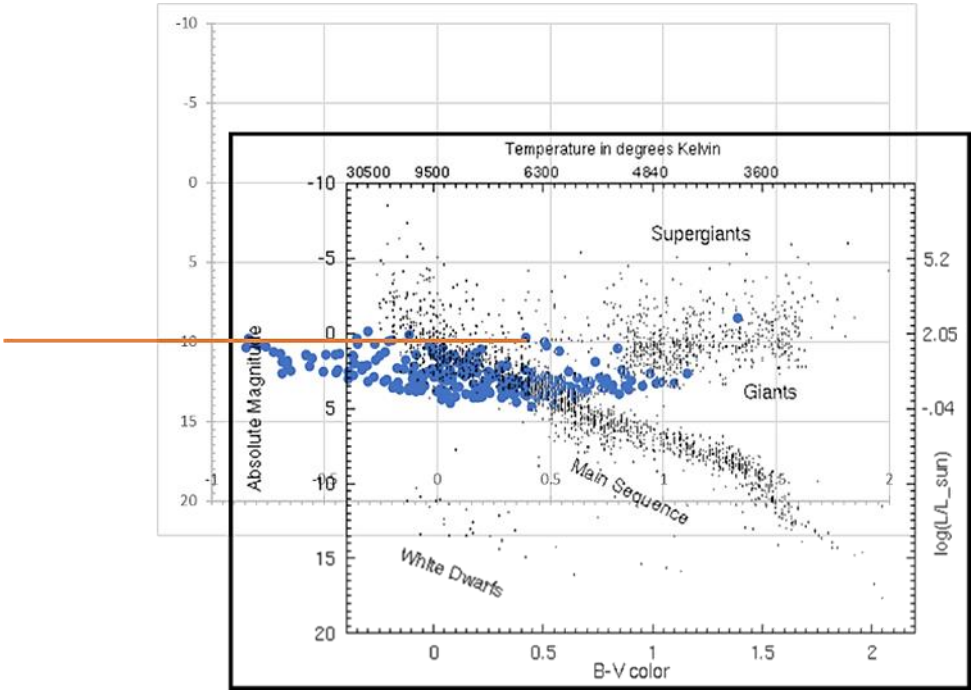
งานวิจัยการศึกษาคุณสมบัติทางกายภาพของดาวฤกษ์ในกระจุกดาวเปิด M 48 ได้ผลการวิเคราะห์ข้อมูลภาพถ่ายกระจุกดาวเปิด M 48 จำนวน 243 ดวง โดยการวิเคราะห์หาค่าความสว่าง (Intensity) ด้วยโปรแกรม IRIS แล้วนำค่าที่ได้ไปสร้างกราฟ เพื่อสร้างแผนภาพเฮริตซ์ปรุง-รัสเซลล์ (H-R Diagram) โดยกำหนดแกนตั้งเป็นค่าโชติมาตรปรากฏ (m) และแกนนอนเป็นค่าดัชนีสี (B- V) ดังแสดงในภาพที่ 1



รูปที่ 1 แผนภาพเฮริตซ์ปรุง-รัสเซลล์ (H-R Diagram) ของกระจุกดาวเปิด M 48

จากรูปที่ 1 นำมาคำนวณหาระยะห่างจากโลกของกระจุกดาวเปิด M 48 โดยวิธีการซ้อนลำดับหลัก (Main Sequence Fitting) โดยซ้อนแผนภาพเฮริตซ์ปรุง-รัสเซลล์ของกระจุกดาวเปิด M 48 กับแผนภาพเฮริตซ์ปรุง-รัสเซลล์มาตรฐาน เพื่อหาค่าโชติมาตรสัมบูรณ์ (Absolute Magnitude) รูปที่ 2

Journal of Earth Science, Astronomy and Space
Vol. 6 No. 1 ISSN 2673-0480 (Online)



รูปที่ 2 การซ้อนแผนภาพ H-R Diagram ของกระจุกดาวเปิด M 48 กับแผนภาพ H-R Diagram มาตรฐาน

แสดงผลการซ้อนลำดับหลักของโชติมาตรปรากฏของกระจุกดาวเปิด M 48 กับเฮริตซ์ปรุง-รัสเซลล์ (H-R Diagram) จะได้โชติมาตรปรากฏของดาว (m) มีค่าประมาณ 10.0 และ ค่าโชติมาตรสัมบูรณ์มาตรฐาน (M) มีค่าประมาณ 0.5 คำนวณหาระยะห่างจากโลก (d) ของกระจุกดาวเปิด M 48 ด้วยสมการที่ (1)

$$d = 10^{\left(\frac{m-M+5}{5}\right)}$$

$$d = 10^{\left(\frac{10-0.5+5}{5}\right)}$$

$$d = 10^{\left(\frac{14.5}{5}\right)}$$

$$d = 10^{(2.9)}$$

$$d = 794.328234724282 \text{ พาร์เซค}$$

$$d = 2{,}590 \text{ ปีแสง}$$

ระยะห่างจากโลกของกระจุกดาวเปิด M 48 มีค่าประมาณ 794 พาร์เซก หรือประมาณ 2,590 ปีแสง ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Balaguer-Núñez และคณะ (2005) ได้ทำการศึกษาอายุและระยะห่างจากโลกระหว่างกระจุกดาวเปิด M 48 ได้ค่าระยะห่างจากโลก 725 pc และ ฉัตรสกุล อุ่นเพชร และคณะ (2559) ได้ทำการคำนวณระยะทางและอายุของกระจุกดาว M48 ซึ่งได้ค่าระยะทางเท่ากับ 724 pc

คำนวณหาอายุของกระจุกดาวเปิด M 48 ด้วยสมการที่ (4) โดยทำการเปลี่ยนค่าโชติมาตรปรากฏโดยอาศัยความสัมพันธ์ระหว่างระยะทางกับกำลังส่องสว่าง เพื่อหามวลของดาวฤกษ์ในการคำนวณหาอายุของกระจุกดาวเปิด M 48 จากสมการที่ (2)

$$m_1-m_2 = -2.5 \log\left[\left(\frac{L_1}{L_2}\right)\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2\right]$$

$$10.0-(-26.5) = -2.5\log\left[\left(\frac{L}{L_{sun}}\right)\left(\frac{4.848132\times10^{-6}}{794}\right)^2\right]$$

$$36.5 = -2.5\log\left[\left(\frac{L}{L_{sun}}\right)(6.105959698\times10^{-9})^2\right]$$

$$36.5 = -2.5\log\left[\left(\frac{L}{L_{sun}}\right)3.728274383\times10^{-17}\right]$$

$$\frac{36.5}{-2.5} = \log\left[\left(\frac{L}{L_{sun}}\right)3.728274383\times10^{-17}\right]$$

$$-14.6 = \log\left[\left(\frac{L}{L_{sun}}\right)3.728274383\times10^{-17}\right]$$

$$\left(\frac{L}{L_{sun}}\right) = \frac{10^{-14.6}}{3.728274383\times10^{-17}}$$

$$\frac{L}{L_{sun}} = 67.374$$

นำมาคำนวณหาอัตราส่วนมวลของดาวต่อมวลดวงอาทิตย์ จากสมการ (3)

$$\log\left(\frac{L}{L_{sun}}\right) = 3.5\log\left(\frac{M}{M_{sun}}\right)$$

$$3.5\log\left(\frac{M}{M_{sun}}\right) = \log(67.374)$$

$$\log\left(\frac{M}{M_{sun}}\right) = \frac{1.828492332}{3.5}$$

$$\frac{M}{M_{sun}} = 10^{0.522}$$

$$\frac{M}{M_{sun}} = 3.327$$

คำนวณหาอายุของกระจุกดาวเปิด M 48

$$t = 10^{10}\text{years}\left[\frac{M}{M_{sum}}\right]^{-2.5}$$

$$t = 10^{10}\text{years}\left[3.327\right]^{-2.5}$$

$$t = 10^{10} \times 0.0495$$

$$t = 495000000$$

$$t = 495 \text{ ล้านปี}$$

จากการคำนวณอายุของกระจุกดาวเปิด M 48 ได้ประมาณ 495 ล้านปี ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Sydney และคณะ (2015) ทำการศึกษาอายุของกระจุกดาวโดยใช้แผนภาพดัชนีสีของดาว พบว่าอายุของกระจุกดาว M48 โดยเฉลี่ยมีค่าเท่ากับ 450 ปี

สรุปผลการวิจัย

จากการศึกษาคุณสมบัติทางกายภาพของดาวฤกษ์ในกระจุกดาวเปิด M 48 เพื่อคำนวณหาอายุและระยะห่างจากโลกของกระจุกดาวเปิดด้วยซีซีดีโฟโตมิเตอร์ (CCD Photometer) ที่ต่อเข้ากับกล้องโทรทรรศน์สะท้อนแสง ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.5 เมตร ผ่านแผ่นกรองแสงในช่วงความยาวคลื่นสีน้ำเงิน (B) และสีเหลือง (V) ในวันที่ 20 เดือนมกราคม พ.ศ.2565 พบว่าอายุของกระจุกดาวเปิด M 48 มีอายุประมาณ 495 ล้านปี และระยะห่างจากโลกประมาณ 794 พาร์เซก หรือ 2,590 ปีแสง

เอกสารอ้างอิง

ฉัตรสกุล อุ่นเพชร, รุ่งนภา ดอกรักกลาง, ประจักษ์ ฟักกระโทก, รณกฤต รัตนมาลา และลัดดา ดีสวน. (2559). การคำนวณระยะทางและอายุของกระจุกดาว M48. (รายงานสืบเนื่อง)*การประชุมวิชาการระดับชาติสถาบันวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร ครั้งที่ 3*. (น. 353 - 357). กำแพงเพชร: มหาวิทยาลัยราชภัฏกำแพงเพชร

โชติ เนืองนันท์ และชีวะ ทัศนา. (2560). *การหาอายุ และระยะทางของกระจุกดาวทรงกลม M3 กระจุกดาวเปิด M35 M44 และ M67 ด้วยเทคนิคซีซีดีโฟโตเมทรีและการศึกษาเปรียบเทียบ* (รายงานผลการวิจัย). จันทบุรี: มหาวิทยาลัยราชภัฏรำไพพรรณี

ตระกูลเกียรติ ปัดภัย, คุณานนต์ รอญศึก, ณัฐวุฒิ จงเพียร และรณกฤต รัตนมาลา. (2561). การศึกษากระจุกดาว M37. *วารสารวิทยาศาสตร์โลก ดาราศาสตร์ และอวกาศ, 1*(1): 29-36.

บุญรักษา สุนทรธรรม. (2550). *ดาราศาสตร์ฟิสิกส์* (พิมพ์ครั้งที่ 1). เชียงใหม่: ภาควิชาฟิสิกส์ คณะวิทยาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่

วิระภรณ์ ไหมทอง, นววรรณ บางโป่ง, เบญจภรณ์ตุ่นภักดี และสุวนิตย์ วุฒสังข์. (2560). การศึกษากระจุกดาวเปิดด้วยกล้องโทรทรรศน์ขนาดเล็ก. *วารสารมหาวิทยาลัยทักษิณ (ฉบับพิเศษ จากงานประชุมวิชาการระดับชาติมหาวิทยาลัยทักษิณ ครั้งที่ 27), 20*(3): 284-291.

Balaguer-Núñez, L., Jordi, C. and Galadí-Enríquez, D. (2005). Uvby-Hbeta CCD photometry and membership segregation of the open cluster NGC 2548; Gaps in the Main Sequence of open clusters. *Astronomy and Astrophysics*, *437*(2): 457-466.

Messier Objects. (2021). Messier 38: Starfish Cluster. Retrieved 21 March 2022, http://www.messier-objects.com/messier-38-starfish-cluster

Simbad Astronomical Database. Retrieved 21 March 2022, http://simbad.u-strasbg.fr/simbad

Sydney, A. B., Joerg, W., Thomas, G., Federico, S. and Klaus, G. S. (2015). A color-period diagram for the open cluster M 48 (NGC 2548), and its rotational age. *Astronomy and Astrophysics, 583*: 1-22.

Wu, Z., Zhou, X., Ma, J., Jiang, Z., and Chen, J. (2005). Thirteen-Color Photometry of Open Cluster M48. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 117*(827), 32–36.

Received: October 10, 2023 Revised: November 27, 2023
Accepted: December 13, 2023 Published: December 26, 2023

การศึกษาสมบัติทางกายภาพของระบบดาวคู่ V523 Pegasi
The Study of Physical Properties of a Binary Star System V523 Pegasi

สุภัทร สายรัตนอินทร์[1] ตอริก เฮ็งปิยา[2] และ วิระภรณ์ ไหมทอง[3*]
Supat Sairattanain[1] Torik Hengpiya[2] and Wiraporn Maithong [3*]

[1] สาขาวิชาวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะครุศาสตร์ มหาวิทยาลัยราชภัฏศรีสะเกษ
[2] หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบ พระชนมพรรษา สงขลา สถาบันวิจัยดาราศาสตร์แห่งชาติ (องค์การมหาชน)
[3] ภาควิชาฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
[1] Program in General Science, Faculty of Education, Sisaket Rajabhat University
[2] Regional Observatory for the Public, Songkhla, National Astronomical Research Institute of Thailand (Public Organization)
[3] Department of Physics ang General Science, Faculty of Science and Technology, Chiang Mai Rajabhat University
[*] wiraporn_mai@cmru.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยมีวัตถุประสงค์เพื่อศึกษาสร้างแบบจำลองระบบดาวคู่ และการเปลี่ยนแปลงคาบการโคจรของระบบดาวคู่ V523 Pegasi (V523 Peg) บันทึกภาพด้วยกล้องโทรทรรศน์แบบสะท้อนแสงขนาด 0.7 เมตร ด้วยเทคนิคการถ่ายภาพแบบ ซีซีดี โฟโตเมทรี (CCD Photometry) ผ่านแผ่นกรองแสงในช่วงความยาวคลื่นสีน้ำเงิน (filter B) และสีเหลือง (filter V) โดยใช้เวลาในการรับแสงภาพละ 40 วินาที สลับกันไป ตั้งแต่วันที่ 7 สิงหาคม พ.ศ. 2564 เวลา 21:37 น. ถึงวันที่ 8 สิงหาคม พ.ศ. 2564 เวลา 04:02 น. (UT 14:37 – 21:02) ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบ พระชนมพรรษา สงขลา เมื่อนำภาพที่ได้มาวัดค่าความสว่างเพื่อสร้างกราฟแสง (light curve) แล้ววิเคราะห์พารามิเตอร์ทางกายภาพด้วยโปรแกรม Wilson-Devinney พบว่าระบบดาวคู่นี้มีค่าอัตราส่วนมวล (q) ประมาณ 0.196479 ± 0.013397 อุณหภูมิที่คำนวณได้ของดาวดวงที่ 1 มีอุณหภูมิ 5,988 ± 1,570 K และดาวดวงที่ 2 มีอุณหภูมิ 4,913 ± 633 K นอกจากนี้เมื่อวิเคราะห์หาค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุด ในการสร้างแผนภาพ O-C จากข้อมูลสังเกตการณ์ตั้งแต่อดีตจนถึงปัจจุบัน และมีอัตราการเปลี่ยนแปลงคาบการโคจรที่ 6.18695×10^{-3} วินาที/ปี หมายความว่าระบบดาวคู่นี้กำลังโคจรเข้าใกล้กันมากขึ้นและมีแนวโน้มที่จะรวมเป็นดาวดวงเดียวกันหรือดาวเดี่ยวในที่สุด

คำสำคัญ: กราฟแสง, ระบบดาวคู่, อัตราการเปลี่ยนแปลงคาบการโคจร, V523 Peg

Abstract

This research aimed at investigating the modeling and period variations of the binary star system known as V523 Pegasi (V523 Peg). Utilizing a 0.7-meter reflecting telescope equipped with CCD photometry techniques, observations were conducted in blue light wavelength (Filter B) and yellow light wavelength (Filter V). These observations were carried out from August 7, 2021, at 9:37 p.m. (UT 14:37) to August 8, 2021, at 04:02 a.m. (UT 21:02) at the Regional Observatory for the Public in Songkhla, with each image exposed for 40 seconds. When measured the obtained images for made light curve and analyzing for physical parameters with the Wilson-Devinney program. The outcomes of this study shown mass ratio (q) of the V523 Peg binary star system about 0.196479 ± 0.013397. The calculated temperature of the Star 1 is 5,988 ± 1,570 K and Star 2 is 4,913 ± 633 K. Addition, when analyzing the time of minimum an O-C diagram from observational data from the past to the present it has an orbital period change rate of 6.18695 x 10^{-3} seconds/year. This indicates that the binary stars are gradually moving closer together and may eventually merge into a single star or a binary system with one dominant star.

Keywords: light curve, binary star, orbital period change rate, V523 Peg

บทนำ

ดาวฤกษ์บนท้องฟ้ายามค่ำคืนที่มองเห็นส่วนใหญ่ไม่ใช่ดาวฤกษ์เพียงดวงเดียว แต่เป็นการโคจรรอบจุดศูนย์กลางมวลของระบบของดาวฤกษ์ 2 ดวง ซึ่งไม่สามารถมองออกได้ด้วยตาเปล่าเรียกว่า ระบบดาวคู่ (binary star system) ดาวฤกษ์ทั้ง 2 ดวงอาจมีขนาดแตกต่างกันมากหรือไม่แตกต่างกันก็ได้ และอาจใช้เวลาในการโคจรครบ 1 รอบยาวนาน จึงจำเป็นต้องใช้กล้องโทรทรรศน์และการบันทึกภาพอย่างต่อเนื่องในการวิเคราะห์และศึกษาระบบดาวคู่ (Maithong, 2021) โดยในการศึกษาครั้งนี้ ได้ทำการสังเกตการณ์ ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบ พระชนมพรรษา สงขลา ตั้งอยู่ที่ตำบลเขารูปช้าง อำเภอเมืองสงขลา จังหวัดสงขลา ที่ละติจูด 7° 9' 29" N ลองจิจูด 100° 36' 39" E ติดตั้งกล้องโทรทรรศน์แบบสะท้อนแสง ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.7 เมตร บันทึกภาพด้วยระบบ ซีซีดี โฟโตเมทรี (CCD Photometry) สามารถถ่ายภาพระบบดาวคู่บนท้องฟ้าและนำมาวิเคราะห์สำหรับการวิจัยทางดาราศาสตร์ได้

การสร้างแบบจำลองระบบดาวคู่จำเป็นต้องใช้ภาพถ่ายในช่วงความยาวคลื่นแสงสีแดง เพื่อนำไปคำนวณหาค่าที่ดีที่สุดของพารามิเตอร์ทางกายภาพของระบบดาวคู่ด้วยโปรแกรม Wilson-Devinney (Wilson-Devinney, 1971) การหาอัตราส่วนการเปลี่ยนแปลงคาบการโคจรของระบบดาวคู่ ทำได้โดยการบันทึกภาพของระบบดาวคู่ให้ครอบคลุมคาบการโคจร บันทึกภาพผ่านแผ่นกรองแสงในช่วงความยาวคลื่นที่แตกต่างกัน แล้วนำข้อมูลที่ได้จากการถ่ายภาพมาวิเคราะห์ผ่านโปรแกรม Astroimage J เพื่อหา ค่าฟลักซ์ของแสงดาวและค่า HJD เพื่อใช้สร้างกราฟแสง และคำนวณค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุด (Time of minima light) แล้วสร้างแผนภาพ O-C (Liu et al., 2013) ดาว V523 Peg (V523 Pegasi) เป็นระบบดาวคู่อุปราคา (Eclipsing Binary) ซึ่งดาวฤกษ์ทั้งสองจะเกิดคราสหรือการเคลื่อนที่มาอยู่ในตำแหน่งและระนาบเดียวกันเมื่อสังเกตจากโลก การเคลื่อนที่ผ่านกันนี้ทำให้ความสว่างโดยรวมของระบบลดลงชั่วคราว อยู่ในกลุ่มดาวม้าบิน (Pegasus) ที่ตำแหน่ง RA. 22 h 22 m 28.81 s และ Dec. +29° 22' 12.446" ตามระบบพิกัดศูนย์สูตร

(Equatorial Coordinates) จัดอยู่ในกลุ่ม K1V อุณหภูมิอยู่ในช่วง 3,000 – 5,000 K ตามการจัดระดับสเปกตรัมของฮาร์วาร์ด (Harvard spectral classification) (SIMBAD, 2566) จึงเป็นที่มาของงานวิจัยนี้ที่ต้องการหาค่าผลเฉลยที่ดีที่สุดของพารามิเตอร์ทางกายภาพในการสร้างแบบจำลอง และอัตราการเปลี่ยนแปลงคาบการโคจรของระบบดาวคู่ V523 Peg

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อสร้างแบบจำลองระบบดาวคู่ V523 Peg
2. เพื่อศึกษาการเปลี่ยนแปลงคาบการโคจรของระบบดาวคู่ V523 Peg

วิธีดำเนินการวิจัย

1. ขั้นตอนการสร้างแบบจำลองระบบดาวคู่ V523 Peg

บันทึกภาพระบบดาวคู่ V523 Peg ด้วยกล้องโทรทรรศน์แบบสะท้อนแสง ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 0.7 เมตร ด้วยระบบรับสัญญาณแบบ CCD (Charged-coupled Device) ผ่านแผ่นกรองแสงในช่วงความยาวคลื่นสีน้ำเงิน (filter B) และสีเหลือง (filter V) ของระบบ UBV Johnson โดยใช้เวลาในการรับแสงภาพละ 40 วินาที สลับกันไป ตั้งแต่วันที่ 7 สิงหาคม พ.ศ. 2564 เวลา 21:37 น. (UT 14:37) ถึงวันที่ 8 สิงหาคม พ.ศ. 2564 เวลา 04:02 น. (UT 21:02) ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบ พระชนมพรรษา สงขลา

วิเคราะห์พารามิเตอร์ทางกายภาพ ด้วยโปรแกรม Wilson-Devinney โดยใช้ข้อมูลพารามิเตอร์จากระบบดาวคู่ YY Eri เป็นค่าตั้งต้นในการวิเคราะห์ (ดังตารางที่ 1) เนื่องจากเป็นดาวที่มีระดับสเปกตรัมใกล้เคียงกัน โดยกำหนดให้ค่าอัตราส่วนมวล ($q= m_2/m_1$) คงที่ คำนวณหาค่าอัตราส่วนมวลที่ดีที่สุด แล้วจึงวิเคราะห์โดยการแปรค่าอัตราส่วนมวลเพื่อหาผลเฉลยที่ดีที่สุด (กฤษฎา และคณะ, 2565) และสร้างแบบจำลองระบบดาวคู่ V523 Peg

ตารางที่ 1 แสดงค่าพารามิเตอร์ตั้งต้นจากระบบดาวคู่ YY Eri

พารามิเตอร์	ผลที่ดีที่สุด
ขนาดมุมเอียง (i)	$81.45^{\circ} \pm 0.10$
ความโน้มถ่วงของดวงดาวที่ 1 (g_1)	0.320
ความโน้มถ่วงของดวงดาวที่ 2 (g_2)	0.320
ศักย์ที่ผิวดาวดวงที่ 1 และ 2 $(\Omega_1 = \Omega_2)$	2.927108 ± 0.008878
อุณหภูมิของดาวปฐมภูมิ (T_1) (K)	5533 ± 154
อุณหภูมิของดาวทุติยภูมิ (T_2) (K)	5598 ± 146
อัตราส่วนมวล (q)	0.555882 ± 0.005128
กำลังส่องสว่างในช่วงความยาวคลื่นสีน้ำเงิน $(L_{1B}/(L_1+L_2)_B)$	0.60955 ± 0.02696
กำลังส่องสว่างในช่วงความยาวคลื่นสีเหลือง $(L_{1V}/(L_1+L_2)_V)$	0.61602 ± 0.02520

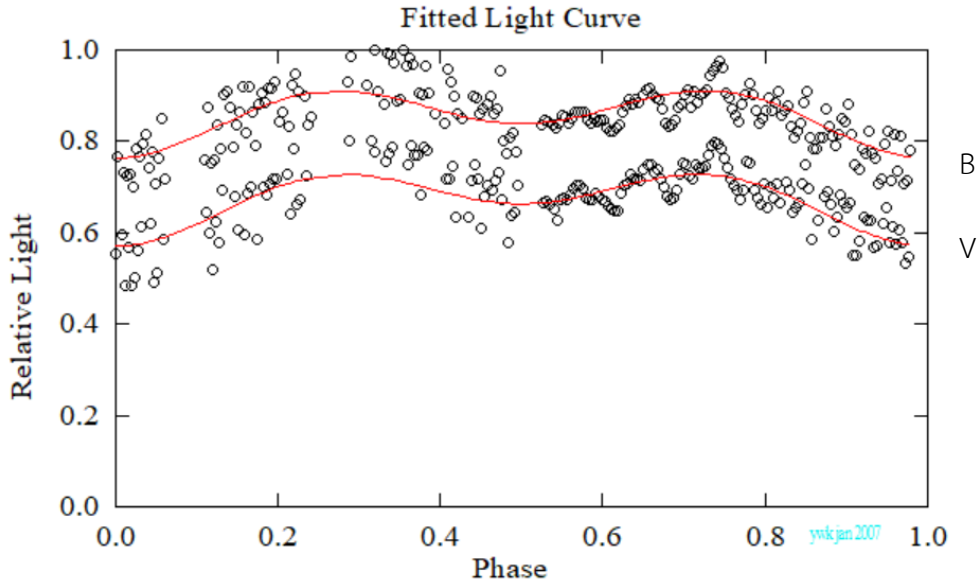
2. ขั้นตอนการศึกษาการเปลี่ยนแปลงคาบการโคจรของระบบดาวคู่ V523 Peg

ศึกษาการเปลี่ยนแปลงคาบของระบบดาวคู่ V523 Peg โดยการนำภาพที่บันทึกได้มาวิเคราะห์ค่าความสัมพันธ์ระหว่างความสว่าง (Flux) และวันจูเลียนศูนย์สุริยะ (Heliocentric Julian Date,HJD) ในช่วงความยาวคลื่นแสงสีน้ำเงิน และช่วงความยาวคลื่นแสงสีเหลือง นำค่าที่ได้มาสร้างกราฟแสง (Light Curves) เพื่อหาค่าเวลาที่แสงน้อยที่สุด (Time of minima light) โดยนำข้อมูลแสงในช่วงต่ำที่สุดของทั้งช่วงความคลื่นแสงสีน้ำเงินและแสงสีเหลืองมาวิเคราะห์ข้อมูลด้วยโพลิโนเมียลอันดับ 2 (Polynomial 2^{nd} order) จะได้สมการตัวแทนเส้นโค้งของทั้งสองความยาวคลื่นแล้วจึงนำไปหาอนุพันธ์ เพื่อหาจุดเปลี่ยน curve ทำให้ได้เวลาที่มีค่าความเข้มแสงน้อยที่สุด (Min.I) แล้วจึงสร้างแผนภาพ O-C (Pancharoen-Maithong, 2021) เพื่อวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงคาบการโคจรของระบบดาวคู่ V523 Peg

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

1. แบบจำลองระบบดาวคู่ V523 Peg

การวิเคราะห์พารามิเตอร์ทางกายภาพ เพื่อสร้างแบบจำลองระบบดาวคู่ V523 Peg ในครั้งนี้ ได้ใช้พารามิเตอร์ตั้งต้น จากระบบดาวคู่ YY Eri (Pancharoen-Maithong, 2021) เมื่อวิเคราะห์หาผลเฉลยที่ดีที่สุดของพารามิเตอร์ทางกายภาพจากโปรแกรม Wilson-Devinney แล้ว ได้ผลดังตารางที่ 2 โดยมีกราฟแสงสังเคราะห์ แสดงดังรูปที่ 1



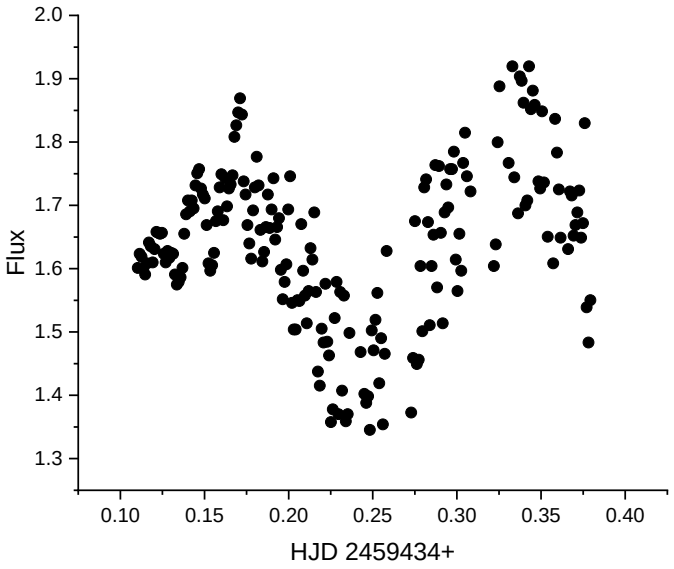
รูปที่ 1 กราฟแสงสังเคราะห์ของระบบดาวคู่ V523 Peg

วงกลมเล็กแต่ละวงในภาพคือกราฟแสงของระบบดาวคู่ V523 Peg ที่ได้จากการสังเกตการณ์ ส่วนเส้นสีแดงคือกราฟแสงสังเคราะห์ที่ดีที่สุด ที่สอดคล้องกับข้อมูลที่ได้จากการสังเกตการณ์

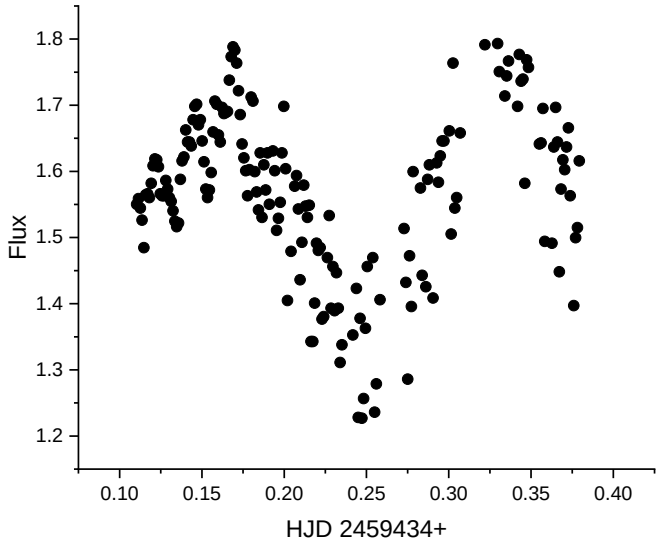
ตารางที่ 2 แสดงค่าพารามิเตอร์ที่ดีที่สุดของระบบดาวคู่ V523 Peg

พารามิเตอร์	ผลที่ดีที่สุด
ขนาดมุมเอียง (i)	$34.62^{o} \pm 8.37$
ความโน้มถ่วงของดวงดาวที่ 1 (g_1)	0.320
ความโน้มถ่วงของดวงดาวที่ 2 (g_2)	0.320
ศักย์ที่ผิวดาวดวงที่ 1 และ 2 $(\Omega_1 = \Omega_2)$	1.874885 ± 0.204632
อุณหภูมิของดาวปฐมภูมิ (T_1) (K)	5988 ± 1570
อุณหภูมิของดาวทุติยภูมิ (T_2) (K)	4913 ± 633
อัตราส่วนมวล (q)	0.196479 ± 0.013397
กำลังส่องสว่างในช่วงความยาวคลื่นสีน้ำเงิน $(L_{1B}/(L_1+L_2)_B)$	0.90188 ± 0.29754
กำลังส่องสว่างในช่วงความยาวคลื่นสีเหลือง $(L_{1V}/(L_1+L_2)_V)$	0.87979 ± 0.30046

เมื่อนำข้อมูลที่ได้จากการวิเคราะห์ภาพถ่ายผ่านแผ่นกรองแสง ในช่วงความยาวคลื่นสีน้ำเงิน (B) และสีเหลือง (V) ของระบบดาวคู่ V523 Peg นำมาสร้างกราฟแสง ได้ดังรูปที่ 2 และ รูปที่ 3

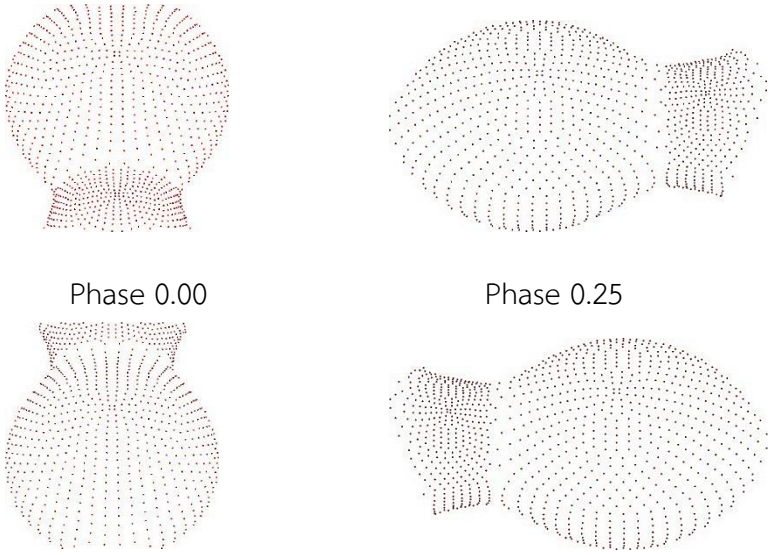


รูปที่ 2 กราฟแสงระบบดาวคู่ V523 Peg ในช่วงความยาวคลื่นแสงสีน้ำเงิน (ฟิลเตอร์ B)



รูปที่ 3 กราฟแสงระบบดาวคู่ V523 Peg ในช่วงความยาวคลื่นแสงสีเหลือง (ฟิลเตอร์ V)

เมื่อนำข้อมูลพารามิเตอร์จากตารางที่ 1 สามารถสร้างแบบจำลองระบบดาวคู่ V523 Peg ได้ดังรูปที่ 4



รูปที่ 4 แบบจำลองของระบบดาวคู่ V532 Peg

2. การเปลี่ยนแปลงคาบการโคจรของระบบดาวคู่ V523 Peg

จากรูปที่ 2 และรูปที่ 3 สามารถวิเคราะห์หาค่าเวลาที่ระบบดาวคู่ V523 Peg มีความเข้มแสงน้อยที่สุด (Min.I) และเมื่อพิจารณาค่าต่ำสุดของกราฟแสง คำนวณหาค่าจำนวนครบรอบของช่วงเวลาที่ดาวมี

ความสว่างน้อยที่สุด (Epoch) กราฟแสงจะมีค่าแปรตามจำนวนเท่าของคาบตามสมการเชิงเส้นเอฟรีเมอริส (Linear ephemeris equation) จากฐานข้อมูล AAVSO ดังสมการที่ 1

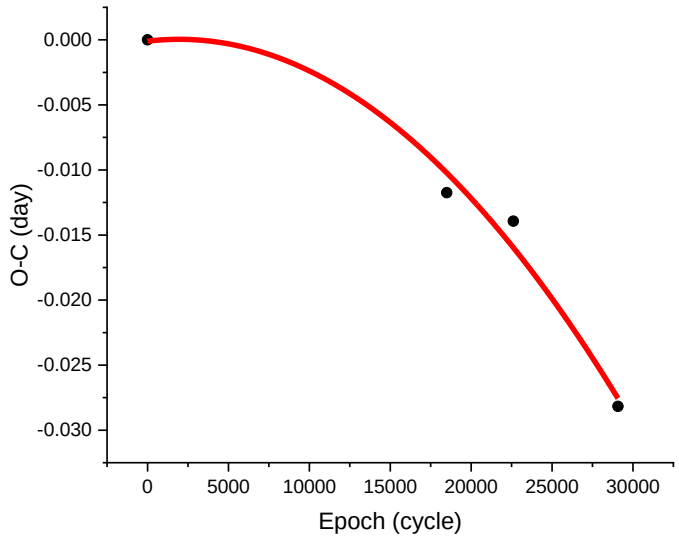
$$\text{Min.I} = \text{HJD } 2451352.7603 + 0.27793E \qquad (1)$$

จากสมการเชิงเส้นเอฟรีเมอริส ตามสมการที่ 1 และข้อมูลเวลาที่แสงน้อยที่สุดจากในอดีต สามารถคำนวณหาค่า O-C ได้ดังตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ตารางแสดงค่า Epoch และค่า O-C ของดาว V523 Peg จากฐานข้อมูลต่าง ๆ

Epoch (Cycle)	O-C (day)	Source	Date
0	0	GCVS	23/6/1999
18496.5	-0.011745	IBVS 6118	19/7/2013
22613.5	-0.013936	RHN 2016	6/9/2016
29077.5	**-0.028175**	**งานวิจัยนี้**	**7/8/2021**

จากตารางที่ 3 พบว่าตั้งแต่ปี พ.ศ. 2542 ถึง พ.ศ. 2564 มีการศึกษาระบบดาวคู่ V523 Peg จำนวน 4 ครั้ง และเมื่อนำค่า Epoch และค่า O-C มาแสดงความสัมพันธ์จะได้แผนภาพ O-C ดังรูปที่ 5



รูปที่ 5 แผนภาพ O-C ของระบบดาวคู่ V523 Peg

จากรูปที่ 5 สามารถวิเคราะห์หาแนวโน้มการเปลี่ยนแปลงคาบการโคจรของระบบดาวคู่ V523 Peg ด้วยสมการพหุนามอันดับ 2 (Second-Degree Polynomial) ได้ดังสมการที่ 2

$$\text{O-C} = -3.75157\text{x}10^{-11}\ E^2 + 1\text{x}10^{-7}\ E - 1.00702\text{x}10^{-4} \qquad (2)$$

เมื่อหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งของสมการที่ (2) เทียบกับ E สามารถเทียบสัมประสิทธิ์ของทั้งสองข้างของสมการ ทำให้ได้อัตราการเปลี่ยนแปลงคาบการโคจรของระบบดาวคู่ dP/dE คือ -2.69965×10^{-10} day/cycle นั่นหมายถึง การเปลี่ยนแปลงคาบมีการลดลงอย่างต่อเนื่อง ด้วยอัตราโดยประมาณ -7.16082×10^{-8} วัน/ปี หรือ -6.18695×10^{-3} วินาที/ปี

สรุปผลการวิจัย

จากการสร้างแบบจำลองระบบดาวคู่ V523 Peg ด้วยภาพถ่ายจากกล้องโทรทรรศน์แบบสะท้องแสง ขนาด 0.7 เมตร ของหอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบ พระชนมพรรษา สงขลา ในวันที่ 7 สิงหาคม พ.ศ. 2564 โดยวิเคราะห์พารามิเตอร์ทางกายภาพด้วยโปรแกรม Wilson-Devinney ใช้ช่วงความยาวคลื่นสีน้ำเงินและสีเหลือง ในระบบ UBV Johnson พบว่าระบบดาวคูนี้มีขนาดที่ค่อนข้างต่างกัน โดยมีค่าอัตราส่วนมวล q ประมาณ 0.196479 มีขนาดมุมเอียง 34.62 องศา โดยดาวดวงที่ 1 มีอุณหภูมิประมาณ 5,988 K มากกว่าดาวดวงที่ 2 ที่มีอุณหภูมิ 4,913 K และจากการศึกษาการเปลี่ยนแปลงคาบการโคจรของระบบดาวคู่ V523 Peg พบว่ามีค่าลดลงในอัตรา 6.18695×10^{-3} วินาที/ปี ซึ่งหมายความว่า ระยะห่างระหว่างดาวทั้งสองดวงมีค่าลดลง นั่นคือสมาชิกของดาวคู่ V523 Peg มีแนวโน้มที่จะรวมเป็นดาวดวงเดียวกันหรือดาวเดี่ยวในที่สุด ซึ่งสอดคล้องกับทฤษฎีการสูญเสียโมเมนตัมเชิงมุมผ่านแรงไทดัล (สมกรณ์ และกฤษฎา, 2565) ทำให้ระบบดาวคู่มีระยะระหว่างดาวลดลงอย่างต่อเนื่อง อย่างไรก็ตามข้อจำกัดของข้อมูลชุดนี้คือการกระจายตัวของข้อมูล ซึ่งอาจเกิดจากความแปรปรวนของสภาพอากาศในช่วงเวลาดังกล่าว จึงควรมีการวิจัยเพิ่มเติมเพื่อยืนยันความถูกต้องของข้อมูลต่อไป

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับทุนอุดหนุนการวิจัยจากสำนักงานคณะกรรมการส่งเสริมวิทยาศาสตร์ วิจัยและนวัตกรรม (สกสว.) ผ่านมหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ ปีงบประมาณ พ.ศ. 2566

เอกสารอ้างอิง

กฤษฎา บุญชม, ตอริก เฮ็งปิยา และวิระภรณ์ ไหมทอง. (2565). แบบจำลองแรกของระบบดำวคู่ V415 Virginis. *วารสารวิทยาศาสตร์โลก ดาราศาสตร์ และอวกาศ. 5*(1), 78-83.

สมกรณ์ ชัยวรากรณ์ และกฤษฎา บุญชม. (2565). การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลงคาบการโคจรของระบบดาวคู่ จีดับเบิลยู ซีเอ็นซี. *วารสารวิทยาศาสตร์โลก ดาราศาสตร์ และอวกาศ. 5*(1), 84-90.

Liu, W. P., Qian, S. B., Zhao, E. G. and Jiang, L. Q. (2013). First photometric study of W UMa binary star LU Lac. *New Astronomy*, *31*: 65-68.

Maithong, W. (2 0 2 1). Period Change and Third Body Analysis of a Binary Star V5 2 3 Cassiopeiae. *In Journal of Physics: Conference Series*, *1835*(1): 012099-012104.

Pancharoen, W. and Maithong, W. (2021). The First Study of a Period Change of the V1851 Orion Binary System. *ASEAN Journal of Scientific and Technological Reports, 24*(3): 9-14.

SIMBAD Astronomical Database - CDS (Strasbourg). Retrieved 8 September 2023, http://simbad.u-strasbg.fr/simbad

Wilson, R. E. and Devinney, E. J. (1971). Realization of Accurate Close-Binary Light Curves: Application to MR Cygni. *Astrophysics Journal*, *166*: 605-619.

Received: October 11, 2023 Revised: November 28, 2023
Accepted: December 13, 2023 Published: December 26, 2023

สภาพการนำความร้อนและความต้านทานความร้อนของวัสดุฉนวนจากใบพลวงและเปลือกข้าวโพด

Thermal Conductivity and Heat Resistance of insulating Materials from Pluang Leaves and Corn Husks

วิภา เก่งกาจ[1] ปริยาพร กองคำ[1] และกฤษฎา บุญชม[2*]
Wipa Keangkad[1] Pariyaporn Kongkum[1] and Kritsada Boonchom[2*]

[1] โรงเรียนสาธิตมหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
[2] ภาควิชาฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
[1] Chiang Mai Rajabhat University Demonstration School, Chiang Mai Rajabhat University
[2] Department of Physics ang General Science, Faculty of Science and Technology, Chiang Mai Rajabhat University
[*] kritsada_boo@cmru.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถประสงค์คือศึกษาเทคนิคการขึ้นรูปวัสดุฉนวนสำหรับห่อหุ้มแก้วจากวัสดุธรรมชาติด้วยมือ แนวปฏิบัติการหาค่าสภาพการนำความร้อน ค่าความต้านทานความร้อนเพื่อเป็นแนวทางในการออกแบบกิจกรรมสะเต็มศึกษาและเปรียบเทียบค่าสภาพการนำความร้อนและค่าความต้านทานความร้อนวัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากใบพลวงและเปลือกข้าวโพดที่ผลิตขึ้น โดยมีขั้นตอนการดำเนินงานหลักอยู่ 2 ขั้นตอน คือ หาแนวทางการขึ้นรูปและปฏิบัติการหาค่าสภาพการนำความร้อน ค่าความด้านทานความร้อน ที่เหมาะสมในการสร้างชุดกิจกรรมสะเต็มศึกษาและขั้นตอนที่สองคือการทดลองดำเนินการโดยการศึกษาค่าสภาพการนำความร้อนและค่าความต้านทานความร้อนวัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากใบพลวงและเปลือกข้าวโพดที่ผลิตขึ้น จากการดำเนินงานพบว่าแม่พิมพ์ในการทำวัสดุห่อหุ้มแก้วต้องเป็นวัสดุที่มีผิวมันลื่นเพื่อสามารถแกะวัสดุห่อหุ้มแก้วจากวัสดุธรรมชาติออกจากแม่พิมพ์ได้ง่ายและมีรูปร่างเป็นแก้วที่สามารถนำไปห่อหุ้มแก้วได้จริง ผู้วิจัยจึงเลือกใช้แก้วบะหมี่กึ่งสำเร็จรูปเป็นแบบแม่พิมพ์ การหาค่าสภาพการนำความร้อน ค่าความต้านทานความร้อน ผู้วิจัยจัดปฏิบัติการตามกฎการนำความร้อนของฟูริเอร์ ผลการศึกษาค่าสภาพการนำความร้อนและค่าความต้านทานความร้อน พบว่าค่าสภาพการนำความร้อนของวัสดุฉนวนสำหรับห่อหุ้มแก้วจากใบพลวงมีค่าต่ำกว่าวัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากเปลือกข้าวโพด มีค่าตามลำดับดังนี้ 0.096±0.003, 0.103±0.003 W/m.K และในทางตรงข้ามค่าความต้านทานความร้อนของวัสดุฉนวนจากใบพลวงมีค่าสูงกว่าวัสดุฉนวนจากเปลือกข้าวโพด มีค่าตามลำดับดังนี้ 0.014±0.003, 0.013±0.003 m^2.K/W และเมื่อเชื่อมโยงการเรียนรู้ทั้งหมดกับสาระการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560 พบว่าเหมาะสมจะนำไปใช้กับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษา สาระการเรียนรู้เรื่องการถ่ายโอนพลังงานความร้อน และประยุกต์ใช้ความรู้ในเรื่องการนำความร้อนหาสมบัติทางกายภาพของวัสดุ ผ่านขั้นตอนการสอนโดยใช้กระบวนการทางวิศวกรรม

คำสำคัญ: วัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้ว, สภาพนำความร้อน, ความต้านทานความร้อน

Abstract

The purposes of this research are to study the technique of forming insulating material for glass wrap by hand from natural materials, design experiment for thermal conductivity, design an activity of STEM education and to comparing the thermal conductivity and thermal resistance of glass insulating materials from pluang leaves and corn husks produced. There were two main step of operating. First, finding method for forming and design experiment for thermal conductivity and heat resistance value. The second step was find thermal conductivity and thermal resistance of insulating materials from pluang leaves and corn husks. From the operation, it found that the mold for glass wrapping insulation must be material with a smooth surface, can be easy to remove from the mold and be shape like a glass. Instant noodles cup chosen as a mold model. Determination of thermal conductivity and thermal resistance operates according to Fourier's law of conduction of heat. The results found that the thermal conductivity of insulating material from pluang leaves was lower than the insulating material from corn husks. The value were 0.096±0.003, 0.103±0.003 W/m.K, respectively. On the other hand, the thermal resistance of insulating materials from pluang leaves was higher than the insulating materials from corn husks. The value were 0.014 ± 0.003, 0.013 ± 0.003 $m^2.K/W$, respectively. Learning process was linking with learning content in the Basic Education Core Curriculum (revised 2017). Learning process was appropriate to apply to students at the secondary level. It connected learning content of heat energy transfer and apply knowledge of thermal conductivity to determine the physical properties of materials. The engineering process used in teaching process.

Keywords: glass insulating materials, thermal conductivity, thermal resistance

บทนำ

การใช้วัสดุจากธรรมชาติเพื่อใช้เป็นฉนวนกันความร้อนได้รับความสนใจเนื่องจากวัสดุเหล่านี้เป็นทรัพยากรหมุนเวียน เป็นของเหลือทิ้งจากภาคการเกษตร หาได้ง่าย ราคาถูก ไม่เป็นพิษและมีปริมาณคาร์บอนฟุตพริ้นต์ต่ำ ซึ่งฉนวนกันความร้อนจากวัสดุธรรมชาติสามารถพัฒนาให้มีประสิทธิภาพในการเป็นฉนวนกันความร้อนได้เทียบเท่ากับวัสดุฉนวนเชิงพาณิชย์ เช่น โพลีสไตรีนอัดขึ้นรูป (Extruded Polystyrene or XPS) โพลีสไตรีนขยายตัว (Expanded Polystyrene or EPS) โพลีไอโซไซยานูเรต และโพลียูรีเทนโฟม หรือ อื่น ๆ โดยปัจจุบันมีการศึกษาเกี่ยวกับการใช้วัสดุชีวภาพหรือเส้นใยธรรมชาติในการทำฉนวนกันความร้อนเพื่อทดแทนวัสดุอนินทรีย์จำนวนมาก ดังเช่น Panyakaew และ Fotios (Panyakaew and Fotios, 2011) พัฒนาแผ่นฉนวนความร้อนความหนาแน่นต่ำจากกาบมะพร้าวและชานอ้อย โดยทั้งสองแผ่นขึ้นรูปโดยไม่ใช้สารเพิ่มการยึดเกาะทางเคมี พบว่าแผ่นฉนวนทั้งสองมีค่าสภาพนำความร้อนตั้งแต่ 0.046 ถึง 0.068 W/m.K ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกับวัสดุฉนวนเชิงพาณิชย์ทั่วไป Zhou และคณะ (Zhou et. al., 2010) พัฒนาแผ่นใยไม้อัดก้านฝ้ายไร้สารยึดเกาะ โดยการกดร้อนแผ่นฉนวนที่ถูกผลิตขึ้นมีความหนาแน่น 150–450 kg/m^3 โดยมีค่าสภาพนำความร้อนตั้งแต่ 0.0585 ถึง 0.0815 W/m.K ซึ่งใกล้เคียงกับเพอร์ไลต์และเวอร์มิคูไลต์

ในช่วงความหนาแน่นเดียวกัน Korjenic และคณะ (Korjenic et. al., 2011) พัฒนาวัสดุฉนวนที่ทำจากปอกระเจา ปอ และป่าน พบว่าคุณสมบัติทางความร้อนและเชิงกลที่เทียบเคียงได้กับวัสดุฉนวนทั่วไป เช่น ขนแร่ โพลีสไตรีน และโพลียูรีเทน และ Cetiner และ Shea (Cetiner and Shea, 2018) ได้ศึกษาวัสดุทางเลือกที่จะใช้เป็นฉนวนกันความร้อนในอาคารจากเศษไม้ ผลการทดลองพบว่าค่าสภาพการนำความร้อนของเศษไม้ที่มีความหนาแน่นต่างกัน อยู่ระหว่าง 0.048 ถึง 0.055 W/m.K ซึ่งมีค่าสูงกว่าวัสดุฉนวนอนินทรีย์ที่ใช้กันทั่วไปและวัสดุฉนวนธรรมชาติอื่น ๆ ในตลาด อยู่เล็กน้อยแต่มีข้อได้เปรียบทางต้นทุนการผลิตและสิ่งแวดล้อม สำหรับในประเทศไทยก็มีการพัฒนาฉนวนจากวัสดุชีวภาพด้วยเช่นเดียวกันโดย Pakunworakij และคณะ (Pakunworakij et.al., 2006) ได้เปรียบเทียบคุณสมบัติความเป็นฉนวนของวัสดุเหลือใช้ทางการเกษตรจากฉนวนซังข้าวโพดกับฉนวนต้นมันสำปะหลังที่ผลิตขึ้น ที่ความหนาแน่นต่าง ๆ กัน พบว่าฉนวนที่มีความหนาแน่นน้อยจะมีค่าการนำความร้อนต่ำกว่าฉนวนชนิดเดียวกันที่มีความหนาแน่นมาก และฉนวนต้นมันสำปะหลัง ความหนาแน่น 200 kg/m^3 หนา 10 มิลลิเมตร มีค่าสภาพการนำความร้อนต่ำที่สุดเท่ากับ 0.059 W/m-K และค่าความต้านทานความร้อนสูงที่สุดเท่ากับ 0.151 m^2.K/W โดยฉนวนวัสดุธรรมชาติที่พัฒนาขึ้นสามารถนำไปใช้เป็นฉนวนอาคารโดยเฉพาะบ้านเรือนในชนบทเนื่องจากมีต้นทุนต่ำและใช้วัสดุในท้องถิ่น โรสลีนา จาราแว (โรสลีนา จาราแว, 2559) ได้พัฒนาฉนวนกันความร้อนจากเส้นใยธรรมชาติผลิตจากเส้นใยหญ้าคา ใยมะพร้าว กาบกล้วย ฟางข้าว และกาบหมาก โดยใช้น้ำยางพาราเป็นตัวประสานและทดสอบสมบัติเชิงกลความร้อนของฉนวนกันความร้อนที่ พบว่าค่าสภาพการนำความร้อนมีค่าเท่ากับ 0.022 W/m.K , 0.023 W/m.K , 0.028 W/m.K , 0.021 W/m.K และ 0.017 W/m.K ตามลำดับ โดยค่าสภาพการนำความร้อนของฉนวนจากวัสดุธรรมชาติที่ผลิตขึ้นมีค่าน้อยกว่าฉนวนใยแก้วที่ได้จากเชิงพาณิชย์ ซึ่งมีค่าเท่ากับ 0.035 W/m.K จากที่กล่าวมาทำให้ผู้วิจัยมีความสนใจที่จะพัฒนาผลิตภัณฑ์ฉนวนจากวัสดุธรรมชาติในอีกรูปแบบหนึ่งคือฉนวนจากวัสดุธรรมชาติที่ห่อหุ้มแก้วเครื่องดื่ม เนื่องจากในปัจจุบันมีการบริโภคเครื่องดื่มร้อนหรือเย็นเป็นจำนวนมากและภาชนะที่ใส่เครื่องดื่มส่วนมากจะทำจากกระดาษหรือพลาสติกเป็นแก้วกระดาษหรือแก้วพลาสติกซึ่งจะสามารถรักษาอุณหภูมิของเครื่องดื่มได้อยู่ในช่วงเวลาหนึ่งเพื่อจะยืดระยะเวลาการรักษาอุณหภูมิของเครื่องดื่มให้นานขึ้นประกอบกับวัสดุธรรมชาติจะมีลวดลายพื้นผิวเป็นลักษณะเฉพาะ ที่มีความสวยงามในตัวเอง ซึ่งจะต่อยอดไปสู่การสร้างชุดกิจกรรมสะเต็มศึกษาในการพัฒนาเป็นผลิตภัณฑ์ฉนวนห่อหุ้มแก้วจากวัสดุธรรมชาติ ซึ่งอาจจะต่อยอดไปถึงการพัฒนาเป็นอาชีพของนักเรียนหรือผลิตภัณฑ์ชุมชนที่อาจจะสร้างรายได้ในอนาคต ทางผู้วิจัยจึงได้ศึกษาหาแนวทางการขึ้นรูปวัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากใบพลวงหรือใบยางพลวงหรือใบตองตึงและเปลือกข้าวโพดด้วยมือ ศึกษาหาแนวทางการหาค่าสภาพการนำความร้อน ค่าความด้านทานความร้อน เพื่อเป็นแนวทางในการสร้างชุดกิจกรรมสะเต็มศึกษาและเปรียบเทียบค่าสภาพการนำความร้อนและค่าความต้านทานความร้อนจากวัสดุทั้ง 2 ชนิด

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1) เพื่อศึกษาเทคนิคการขึ้นรูปด้วยมือและหาค่าสภาพการนำความร้อน ค่าความด้านทานความร้อนสำหรับวัสดุห่อหุ้มแก้วจากวัสดุธรรมชาติ สำหรับการออกแบบชุดกิจกรรมสะเต็มศึกษา

2) เพื่อเปรียบเทียบค่าสภาพการนำความร้อนและค่าความต้านทานความร้อนวัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากใบพลวงและเปลือกข้าวโพด

วิธีดำเนินการวิจัย

1) ศึกษาหาแนวทางการเตรียมตัวอย่างวัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากวัสดุธรรมชาติ โดยใช้กาวแป้งเปียกเป็นตัวประสานและขึ้นรูปด้วยมือ

2) ศึกษาเทคนิคการหาค่าสภาพการนำความร้อนของวัสดุฉนวน ตามกฎการนำความร้อนของฟูริเอร์

$$\frac{\dot{Q}}{A}=\frac{\Delta Q}{\Delta t(A)}=k(-\nabla T)=k\left(-\frac{\Delta T}{\Delta x}\right) \qquad (1)$$

ดังนั้น

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t}=-kA\left(\frac{\Delta T}{\Delta x}\right) \qquad (2)$$

โดยที่ ความหนาแน่นของฟลักซ์ความร้อน (heat flux) ($\frac{\dot{Q}}{A}$) คือ ปริมาณของพลังงานที่ไหลผ่านหน่วยพื้นที่ต่อหน่วยเวลา ($\frac{W}{m^2}$) ซึ่งความหนาแน่นของฟลักซ์ความร้อน (Heat flux) เท่ากับผลคูณของสภาพนำความร้อนกับเกรเดียนต์ลบเฉพาะบริเวณของอุณหภูมิ โดยที่

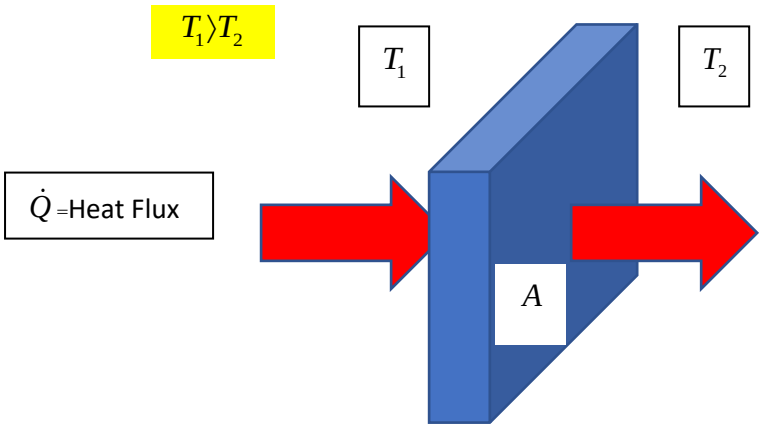
k คือ สภาพการนำความร้อน มีหน่วยเป็น ($\frac{W}{m.K}$)

$-\nabla T$ คือ เกรเดียนต์ลบเฉพาะบริเวณของอุณหภูมิ เท่ากับ $-\left(\frac{\Delta T}{\Delta x}\right)$

ΔT คือ ความแตกต่างของอุณหภูมิ ($T_{outside}-T_{inside}$) (K)

Δx คือ ความหนาของชิ้นงาน (m)

ซึ่ง $\frac{k}{\Delta x}=U(Conduc\tan ce)$ คือ การนำความร้อน มีหน่วยเป็น $\left(\frac{W}{m^2.K}\right)$ และส่วนกลับของความนำคือ



รูปที่ 1 แสดงการถ่ายโอนพลังงานความร้อนตามสมการการนำความร้อนของฟูริเอร์

ความต้านทาน (resistance) ดังนั้นค่าความต้านทานความร้อน (Heat resistance) มีหน่วยเป็น $\left(\frac{m^2.K}{W}\right)$

จึงเป็น $$R=\frac{1}{U}=\frac{\Delta x}{k} \qquad (3)$$

3) พัฒนากรอบแนวคิดวิธีการดำเนินการเป็นกรอบแนวทางการจัดกิจกรรมสะเต็มศึกษา

4) เตรียมตัวอย่างวัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากใบพลวงและเปลือกข้าวโพด จากกระบวนการที่พัฒนาขึ้น

5) หาค่าความหนาแน่นของตัวอย่าง โดยตัดชิ้นตัวอย่างเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ขนาด 5 x 5 ตารางเซนติเมตร นำมาชั่งมวลและวัดความหนาของชิ้นตัวอย่างเพื่อคำนวณหาความหนาแน่นของชิ้นตัวอย่าง ตามสมการที่ (4)

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (4)$$

โดยที่ ρ คือ ความหนาแน่นของวัตถุ ($\frac{kg}{m^3}$)

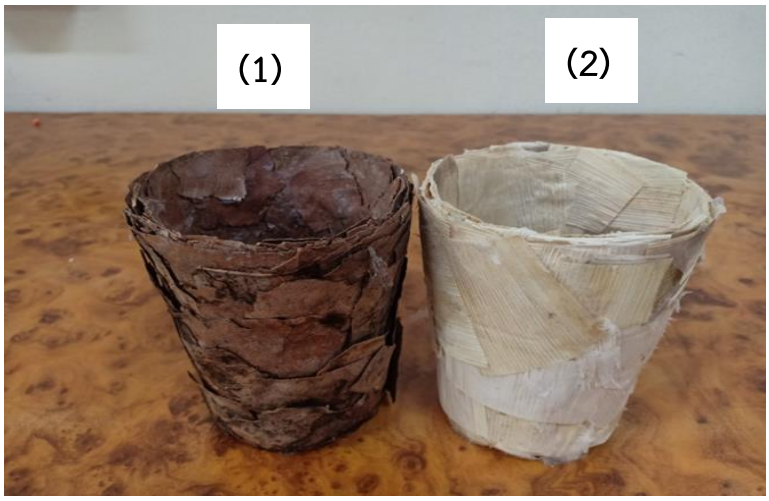
m คือ มวลของวัตถุ (kg)

V คือ ปริมาตรของวัตถุ (m^3)

6) เปรียบเทียบค่าสภาพนำความร้อนและค่าความต้านทานความร้อนของวัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากใบพลวงและเปลือกข้าวโพด

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

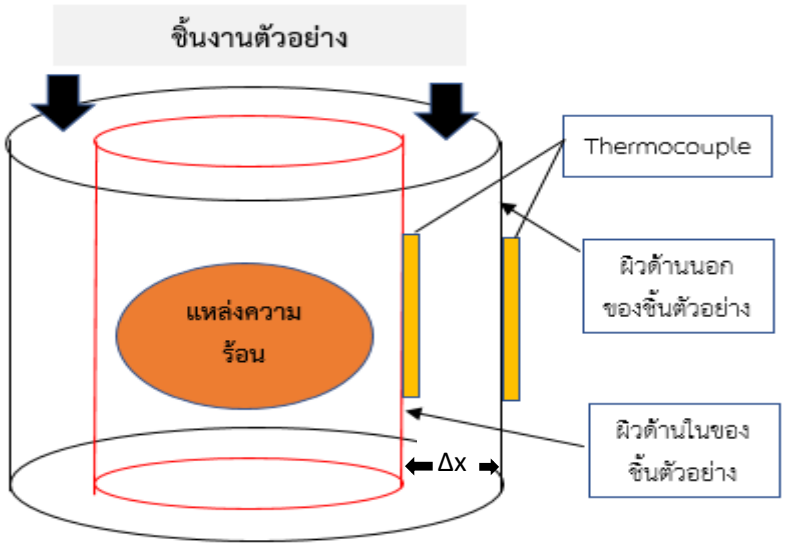
เนื่องจากต้องการจะพัฒนาให้เป็นชุดกิจกรรมจัดการเรียนการสอนตามแนวสะเต็มศึกษา ดังนั้นกระบวนการในการเตรียมตัวอย่างวัสดุห่อหุ้มแก้ว จะต้องเป็นวิธีการที่ง่าย ใช้อุปกรณ์ไม่ยุ่งยาก หาได้ในท้องถิ่นโดยแม่พิมพ์ในการทำวัสดุห่อหุ้มแก้วต้องเป็นวัสดุที่มีผิวมันลื่นเพื่อสามารถแกะวัสดุห่อหุ้มแก้วจากวัสดุธรรมชาติออกจากแม่พิมพ์ได้ง่ายและมีรูปร่างเป็นแก้วที่สามารถนำไปห่อหุ้มแก้วได้จริง ผู้วิจัยจึงเลือกใช้แก้วบะหมี่กึ่งสำเร็จรูปเป็นแบบแม่พิมพ์ ในการทำวัสดุห่อหุ้มแก้ว เนื่องจากผิวนอกมีความมันและลื่น สามารถแกะวัสดุห่อหุ้มแก้วออกจากแม่พิมพ์ได้ง่ายและมีรูปร่างเป็นแก้ว สามารถนำไปห่อหุ้มแก้วได้จริง ตัวอย่างชิ้นงานแสดงในรูปที่ 2 ซึ่งชิ้นงานตัวอย่างจากการอัดขึ้นรูปวัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากใบพลวงและเปลือกข้าวโพด มีความหนาเฉลี่ย เท่ากับ 8.07±0.21 มิลลิเมตร และ 8.02±0.19 มิลลิเมตร ตามลำดับ และแนวทางการจัดเครื่องมือเพื่อหาค่าสภาพนำความร้อน มีแนวคิดจากกฎการนำความร้อนของฟูริเอร์ แสดงดังรูปที่ 3



รูปที่ 2 ชิ้นงานตัวอย่างวัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากใบพลวง (1) และเปลือกข้าวโพด (2)

Journal of Earth Science, Astronomy and Space
Vol. 6 No. 1 ISSN 2673-0480 (Online)

การหาค่าสภาพการนำความร้อนจากกฎการนำความร้อนของฟูริเอร์ จะต้องมีแหล่งกำเนิดความร้อนที่ส่งผ่านฟลักซ์ความร้อน (Heat flux) ไปสู่ชิ้นงานตัวอย่าง และต้องหาความแตกต่างของอุณหภูมิด้านในและด้านนอกของชิ้นงาน ดังนั้น แนวคิดการจัดเครื่องมือเพื่อหาค่าสภาพนำความร้อนตามกฎการนำความร้อนของฟูริเอร์ จึงเป็น ดังรูปที่ 3 ซึ่งมีลักษณะแนวคิดคล้ายคลึงกับระบบทดสอบ GHP (Guarded Hot Plate test) (Wang, 2018)



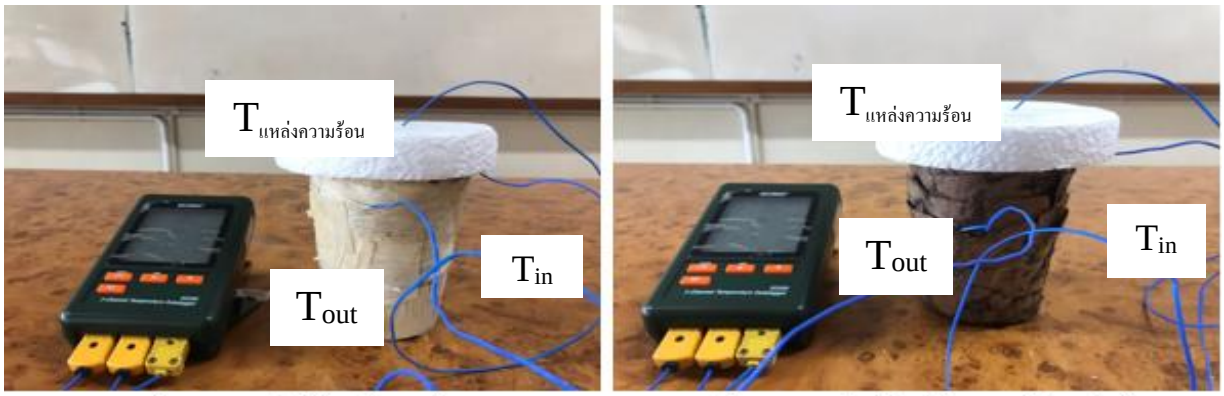
รูปที่ 3 แนวคิดการจัดเครื่องมือเพื่อหาค่าสภาพนำความร้อน

โดยความร้อนจะถูกส่งผ่านจากทรงกระบอกด้านในสู่ผิวทรงกระบอกด้านนอกและพื้นที่ (A) ตามสมการที่ 2 คือพื้นที่ผิวของทรงกระบอกด้านนอกเมื่อคลี่ออกมาจะเป็นพื้นที่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้า จากแนวคิดดังกล่าวนำไปสู่การสร้างตารางเก็บข้อมูล ตัวอย่างตารางเก็บข้อมูลแสดงในรูปที่ 4 ที่จะนำไปคำนวณค่าสภาพต้านทานความร้อนและค่าความต้านทานความร้อน และถูกนำไปใช้ในชุดกิจกรรมสะเต็มศึกษา

$t(\min)$	$T_{w(initial)}$	$T_{w(t)}$	ΔT_w	$\frac{\Delta Q}{\Delta t}=\frac{m_w c_w \Delta T}{\Delta t}$	T_{inside}	$T_{outside}$	$\Delta T = T_{in} - T_{out}$	$\left(\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right)\frac{\Delta x}{A(\Delta T)}=k$	$R=\frac{\Delta x}{k}$
0	98								
5		A	98 - A		A_1	B_1			
10		B	A - B		A_2	B_2	$A_1 - B_2$		
		C	B - C		A_3	B_3	$A_2 - B_3$		
...		D...K	...		...	...	...		
60		L	K - L		A_{12}	B_{12}	$A_{11} - B_{12}$		
								$k_{avg} \pm std\ \ error$	$R_{avg} \pm std\ \ error$

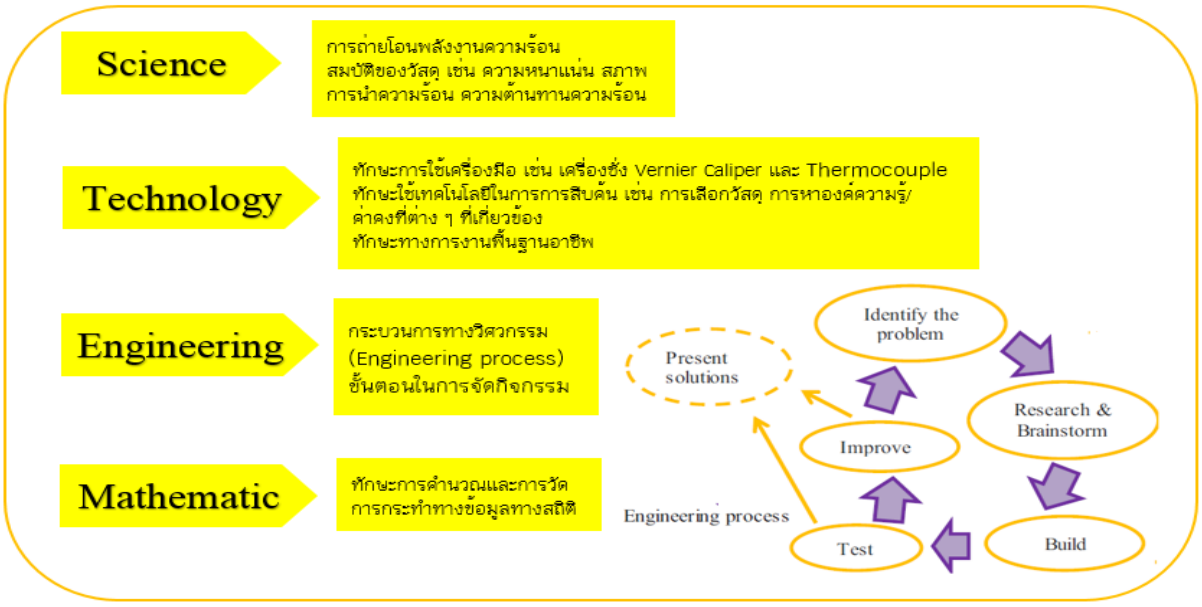
รูปที่ 4 ตัวอย่างการออกแบบตารางบันทึกผล

โดยการวัดอุณหภูมิเพื่อหาค่าสภาพการนำความร้อนแสดงในรูปที่ 5 และกรอบแนวคิดการจัดกิจกรรมสะเต็มศึกษาแสดงในรูปที่ 6



(ก) วัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากใบพลวง (ข) วัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากเปลือกข้าวโพด

รูปที่ 5 การวัดอุณหภูมิเพื่อหาค่าสภาพการนำความร้อน



รูปที่ 6 กรอบแนวคิดการจัดกิจกรรมสะเต็มศึกษา

ผลการหาค่าความหนาแน่น ค่าสภาพการนำความร้อนและค่าความต้านทานความร้อนของวัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากใบพลวงและเปลือกข้าวโพด แสดงในตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ค่าความหนาแน่น ค่าสภาพการนำความร้อนและค่าความต้านทานความร้อนของวัสดุฉนวนห่อหุ้ม

ชนิดของวัสดุ	ค่าความหนาแน่น (kg/m^3)	สภาพการนำความร้อน (W/m.K)	ความต้านทานความร้อน (m^2-K.W)
วัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากใบพลวง	285.040±5.148	0.096±0.003	0.014±0.003
วัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากเปลือกข้าวโพด	751.061±12.111	0.103±0.003	0.013±0.003

จากตารางที่ 1 พบว่าค่าสภาพนำความร้อนของวัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากเปลือกข้าวโพดมีค่าใกล้เคียงกับค่าสภาพนำความร้อนของฉนวนซังข้าวโพด จากงานวิจัยของ Pakunworakij และคณะ (Pakunworakij et.al., 2006) ที่ศึกษาเปรียบเทียบคุณสมบัติความเป็นฉนวนของวัสดุเหลือใช้ทางการเกษตรจากฉนวนซังข้าวโพดกับฉนวนต้นมันสำปะหลัง ซึ่งที่ความหนาแน่น 800 kg/m^3 มีค่าสภาพนำความร้อนเท่ากับ 0.123 W/m.K และจากงานวิจัยของ Pakunworakij และคณะ ยังพบว่าปัจจัยที่ส่งผลต่อสภาพนำความร้อนของผลิตภัณฑ์คือความหนาแน่น โดยเมื่อผลิตภัณฑ์แต่ละชนิดมีความหนาแน่นสูงขึ้นค่าสภาพนำความร้อนจะมีค่าสูงขึ้นด้วย ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Pandecha และคณะ (Pandecha et. al., 2015) ที่ทำการศึกษาคุณสมบัติทางความร้อนของเส้นใยเปลือกข้าวโพดที่ใช้เป็นฉนวนสำหรับแผงรับพลังงานแสงอาทิตย์แบบแผ่นเรียบและพบว่าค่าสภาพนำความร้อนของฉนวนเส้นใยเปลือกข้าวโพดมีค่าเพิ่มขึ้นตามความหนาแน่นที่สูงขึ้น สำหรับค่าสภาพนำความร้อนวัสดุฉนวนห่อหุ้มแก้วจากใบพลวง มีค่าใกล้เคียงกับค่าสภาพนำความร้อนจากใบหญ้าแห้ง ที่ความหนาแน่น 223 kg/m^3 มีค่าสภาพนำความร้อนเท่ากับ 0.0702 W/m.K จากงานวิจัยของ Alhabeeb และคณะ (Alhabeeb et.al., 2021) ที่ได้ศึกษาฉนวนความร้อนจากวัสดุเหลืองทิ้ง ดังเช่น เส้นผมมนุษย์ ใบหญ้าแห้ง เส้นใยปาล์ม เมล็ดปาล์ม ดอกอัลบิเซียโอโดราทิสซิมา ที่ความหนาแน่น ต่าง ๆ พบว่าวัสดุเหล่านั้นมีค่าสภาพนำความร้อนอยู่ในช่วง 0.053 - 0.107 W/m.K

สรุปผลการวิจัย

ผลจากศึกษาเทคนิคการขึ้นรูปวัสดุฉนวนสำหรับห่อหุ้มแก้วจากวัสดุธรรมชาติด้วยมือและแนวปฏิบัติการหาค่าสภาพการนำความร้อน ค่าความด้านทานความร้อน เพื่อเชื่อมโยงไปสู่การกิจกรรมสะเต็มศึกษาพบว่าแม่พิมพ์ในการทำวัสดุห่อหุ้มแก้วต้องเป็นวัสดุที่มีผิวมันลื่นเพื่อสามารถแกะวัสดุห่อหุ้มแก้วจากวัสดุธรรมชาติออกจากแม่พิมพ์ได้ง่ายและมีรูปร่างเป็นแก้วที่สามารถนำไปห่อหุ้มแก้วได้จริง แก้วบะหมี่กึ่งสำเร็จรูปใช้แล้วจึงเป็นแบบแม่พิมพ์ที่เหมาะสม เนื่องจากเป็นไปตามคุณสมบัติในข้างต้นเนื่องจากหาง่ายและไม่เสียค่าใช้จ่ายและการหาค่าสภาพการนำความร้อน ปฏิบัติการตามกฎการนำความร้อนของฟูริเอร์ ค่าสภาพการนำความร้อนของวัสดุฉนวนสำหรับห่อหุ้มแก้วจากใบพลวงมีค่าต่ำกว่าวัสดุฉนวนจากเปลือกข้าวโพด มีค่าตามลำดับดังนี้ 0.096±0.003, 0.103±0.003 W/m.K และในทางตรงข้ามค่าความต้านทานความร้อนของวัสดุฉนวนจากใบพลวงมีค่าสูงกว่าวัสดุฉนวนจากเปลือกข้าวโพด มีค่าตามลำดับดังนี้ 0.014±0.003, 0.013±0.003 m^2.K/W และพบว่าปัจจัยที่ส่งผลต่อสภาพนำความร้อนของผลิตภัณฑ์คือความหนาแน่น โดยเมื่อผลิตภัณฑ์แต่ละชนิดมีความหนาแน่นสูงขึ้นค่าสภาพนำความร้อนจะมีค่าสูงขึ้นด้วยเมื่อเชื่อมโยงการเรียนรู้ทั้งหมดกับสาระการเรียนรู้ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560 พบว่าเหมาะสมจะนำไปใช้กับนักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษา และจากข้อมูลของการศึกษาจะถูกนำไปออกแบบชุดกิจกรรม สร้างคู่มือครูและแบบบันทึกกิจกรรม ที่เชื่อมโยงไปกับสาระการเรียนรู้ในเรื่องการถ่ายโอนพลังงานความร้อน และประยุกต์ใช้ความรู้ในเรื่องการนำความร้อน หาสมบัติทางกายภาพของวัสดุ ผ่านขั้นตอนการสอนโดยใช้กระบวนการทางวิศวกรรมเพื่อให้ผู้เรียนเกิดความสนใจ ใฝ่รู้ พัฒนาทักษะ ผ่านการปฏิบัติในการสร้างผลิตภัณฑ์

กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณศูนย์วิทยาศาสตร์ คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ ที่สนับสนุนอุปกรณ์และสถานที่ในการจัดปฏิบัติการ

เอกสารอ้างอิง

โรสลีนา จาราแว. (2559). *การพัฒนาฉนวนกันความร้อนจากพืชในเขตท้องถิ่น* (รายงานผลการวิจัย). ยะลา: มหาวิทยาลัยราชภัฏยะลา

Alhabeeb, B. A., Mohammed, H. N. and Alhabeeb, S. A. (2021). Thermal insulators based on abundant waste materials. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. 1067*: 1-10.

Cetiner, I. and Shea, A. D. (2018). Wood waste as an alternative thermal insulation for buildings. *Energy & Buildings*, *168*: 374–384.

Korjenic, A., Petranek, V., Zach, J. and Hroudova, J. (2011). Development and performance evaluation of natural thermal-insulation materials composed of renewable re- source. *Energy Build*, *43*: 2518–2523.

Pandecha, K., Pongtornkulpanich, A., Sukchai, S. and Suriwong, T. (2015). Thermal properties of corn husk fiber as insulation for flat plate solar collector. *International Journal of Renewable Energy*, *10*(1): 27-36.

Pakunworakij, T., Puthipiroj, P., Oonjittichai, W. and Tisavipat, P. (2006). Thermal Resistance Efficiency of Building Insulation Material from Agricultural Waste. *Journal of Architectural/Planning Research and Studies*, *4*: 3-13.

Panyakaew, S. and Fotios, S. (2011). New thermal insulation boards made from coconut husk and bagasse. *Energy Build*, *43*: 1732–1739.

Wang, J.S., Demartino, C., Xiao, Y. and Li, Y.Y. (2018). Thermal insulation performance of bamboo- and wood-based shear walls in light-frame buildings. *Energy & Buildings*, *168*: 167–179

Zhou, X., Zheng, F., Li, H. and Lu, C. (2010). An environment-friendly thermal insulation material from cotton stalk fibers. *Energy Build*, *42*: 1070–1074.

Received: October 13, 2023 Revised: November 20, 2023
Accepted: December 13, 2023 Published: December 26, 2023

ผลของผงกากกาแฟนาโนต่อการเจริญเติบโตของผักบุ้งจีนในดินเสื่อมสภาพ
Effects of Coffee Grounds Nanopowder on the Growth of Water Convolvulus in Deteriorated Soil

อนิรุทธิ์ รักสุจริต[1*] และ อรทัย คำสร้อย[2]
Anirut Raksujarit[1*] and Orathai Kamsoi[2]

[1] ภาควิชาฟิสิกส์และวิทยาศาสตร์ทั่วไป คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
[2] ภาควิชาชีววิทยา คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่
[1] Department of Physics ang General Science, Faculty of Science and Technology, Chiang Mai Rajabhat University
[2] Department of Biology, Faculty of Science and Technology, Chiang Mai Rajabhat University
[*] anirut_ruk@cmru.ac.th

บทคัดย่อ

งานวิจัยนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อหาผลของการใช้ผงกาแฟนาโนต่อการเจริญเติบโตของผักบุ้งจีนในดินที่เสื่อมสภาพ โดยผงกากกาแฟนาโนเตรียมได้ด้วยวิธีการบดแบบสั่นความเร็วสูง แล้วนำไปเติมผสมในดินเสื่อมสภาพในปริมาณ 0 10 20 30 40 และ 50 ร้อยละโดยน้ำหนัก จากนั้นทำการปลูกผักบุ้งจีนในแต่ละเงื่อนไข หาอัตราการเจริญเติบโตของผักบุ้งจีนโดยวัดความสูง ความยาวใบ และจำนวนใบของต้นผักบุ้งจีน จากผลการทดลอง พบว่าการเติมผงนาโนมีผลต่ออัตราการเจริญเติบโตของต้นผักบุ้งจีนโดยขึ้นอยู่กับปริมาณที่เติม และเงื่อนไขที่ดีที่สุด คือ การเติมในปริมาณ 30 ร้อยละโดยน้ำหนัก

คำสำคัญ: วัสดุนาโน, การเกษตร, อนุภาคนาโน, ผงกากกาแฟ

Abstract

The main objective of this work is to investigate the effect of coffee grounds nanopowder on the growth of water convolvulus in deteriorated soil. The coffee grounds nanopowder were prepared by a high-speed vibro-milling method. The nanopowder was added to deteriorated soil in the amount of 0, 10, 20, 30, 40, and 50 wt.%, respectively. Then, water convolvulus was planted for each condition. The water convolvulus growth rate was determined by measuring the height, leaf length and number of leaves of the water convolvulus plant. It was found that the nanopowder had an effect on the growth rate that depending on the amount of addition. The best condition for the growth of water convolvulus is a deteriorated soil with the addition of 30 percent by weight mixture.

Keywords: nanomaterials, agriculture, nanoparticles, coffee grounds

บทนำ

การทำการเกษตรโดยใช้สารเคมีทำให้ได้ผลผลิตเพียงพอต่อการตอบสนองความต้องการของการทำอุตสาหกรรมการเกษตร แต่เกษตรกรก็ต้องแบกรับต้นทุนในการผลิตสูง ทำให้แม้ผลิตได้มากแต่กำไรน้อย เพราะสินค้าเกษตรจากการใช้สารเคมีมีราคาขึ้นลงตามกลไกตลาด เกษตรกรไม่สามารถเป็นผู้กำหนกราคาได้เอง ที่สำคัญการใช้สารเคมีในการทำเกษตรอาจจะส่งผลต่อสุขภาพของเกษตรกรผู้ใช้สารเคมี บางรายร้ายแรงถึงแก่ชีวิต และปุ๋ยเคมียังทำให้ดินเสื่อมสภาพต้องเพิ่มปริมาณการใส่ปุ๋ยเคมีขึ้นทุกปี (Khot et.al., 2012, Pandey, 2018 and Verma et.al., 2018)

เทคโนโลยีนาโนเป็นระบบและ/หรือกระบวนการที่ทำให้เกิดสินค้าและ/หรือบริการที่เกิดจากสสารที่อยู่ในระดับนาโนเมตร คือ เกิดจากสสารที่มีขนาด 100 ในพันล้านส่วนของ 1 เมตรหรือเล็กกว่า เป็นเทคโนโลยีที่ได้มาจากความรู้เกี่ยวกับกระบวนการและปรากฏการณ์ใหม่ทางฟิสิกส์ เคมีและชีววิทยาในโครงสร้างที่มีความยาวของสเกลอยู่ในช่วงตั้งแต่โมเลกุลเดี่ยวจนถึงประมาณ 100 นาโนเมตร ซึ่งคุณสมบัติใหม่นี้เป็นผลมาจากขนาดเป็นสำคัญ การผลิตวัสดุนาโนจึงเป็นส่วนหนึ่งที่สำคัญมากของเทคโนโลยีนาโนเพราะวัสดุนาโนมีคุณสมบัติพิเศษเฉพาะตัวที่สามารถสร้างวัสดุให้มีโครงสร้างทางจุลภาคอย่างน้อยในหนึ่งมิติเล็กกว่า 100 นาโนเมตรได้ ทำให้วัสดุและ/หรือผลิตภัณฑ์ที่ผลิตมาจากวัสดุนาโนมีสมบัติทางกายภาพ สมบัติเชิงกลและสมบัติทางเคมีเปลี่ยนแปลงไปอย่างมีนัยสำคัญเมื่อเทียบกับวัสดุแบบดั้งเดิมที่มีขนาดโตกว่า วัสดุนาโนจึงมีศักยภาพในการนำไปใช้งานจริงในด้านการผลิตวัสดุและสินค้าที่มีคุณสมบัติใหม่ มีศักยภาพในการสนับสนุนการแก้ปัญหาสิ่งแวดล้อม สามารถใช้ปรับปรุงและพัฒนาเทคโนโลยีที่มีอยู่แล้วไปสู่การใช้งานแบบใหม่ด้วยเงื่อนไขที่เหมาะสมต่อการใช้งาน วัสดุนี้จึงเป็นการปฏิวัติการทำงานทั้งหมดของวัสดุทั้งหมดที่เคยมีมา (Wu, et.al., 2018 and Jillavenkatesa and Kelly, 2002)

โดยพื้นฐานทางวิทยาศาสตร์ที่ว่าเมื่อเมื่อวัสดุมีขนาดเล็กลงจะมีพื้นที่ผิวเพิ่มขึ้น ดังนั้นวัสดุนาโนจึงมีพื้นที่ผิวต่อปริมาตรเพิ่มสูงขึ้นอย่างมหาศาล การผสมปุ๋ยนาโนที่ประกอบด้วยอนุภาคนาโนลงในดินจึงทำให้พื้นที่ผิวในดินเพิ่มขึ้น เพิ่มปริมาณน้ำและอากาศในดินทำให้สิ่งมีชีวิตเข้าไปอาศัยในดินได้เพิ่มขึ้น โอกาสที่จุลินทรีย์จะเปลี่ยนแก๊สไนโตรเจนให้เป็นธาตุไนโตรเจนที่พืชดูดไปใช้ในการเติบโตได้ก็เพิ่มขึ้น และรากของพืชสามารถงอกในดินได้ง่ายขึ้น พืชจึงเจริญเติบโตได้เร็วกว่าเมื่อเทียบกับการปลูกในดินที่ไม่ได้ผสมวัสดุนาโน (Wu, et.al., 2018, Jillavenkatesa and Kelly, 2002 and Ruksudjarit et.al., 2008)

จากแนวคิดในการพัฒนาการเกษตรแบบอินทรีย์ให้มีผลผลิตที่ดีเทียบเท่าผลผลิตจากเกษตรแบบเคมีโดยการเพิ่มปัจจัยที่ดีในส่วนของ “ปุ๋ย” ให้กับพืช ซึ่งอาศัยคุณสมบัติเฉพาะตัวของ “กากกาแฟนาโน”ที่มีความละเอียดในระดับนาโนเมตรมาเป็นตัวแปรสำคัญในการพัฒนาการเจริญเติบโตของพืช ใช้เป็นวัสดุสำหรับปลูกพืชภายใต้พื้นฐานความรู้ทางวิทยาศาสตร์ที่ว่า รากของพืชมีหน้าที่หาอาหาร เมื่อเราผสมผงนาโนจะไปเพิ่มพื้นที่ผิวจำนวนมหาศาลในดินทำให้รากได้รับธาตุอาหารจากปุ๋ย จากจุลินทรีย์และสิ่งมีชีวิตในดิน และทำให้รากสามารถดูดซึมอากาศ น้ำ และสารอาหารที่จำเป็นต่าง ๆ มาใช้ได้มากขึ้น ส่งผลให้พืชมีการเจริญเติบโตที่ดีและมีผลผลิตสูงตามมา ดังนั้นในงานวิจัยนี้จึงมีจุดประสงค์ในการหาเงื่อนไขที่ดีที่สุดของการเติมกากกาแฟนาโนผสมกับดินเสื่อมสภาพแล้วทำการปลูกผักบุ้งจีนเพื่อหาว่าผงกากกาแฟนาโนมีผลทำให้ผักบุ้งจีนเจริญเติบโตในดินเสื่อมสภาพได้หรือไม่ ซึ่งจะเป็นอีกแนวทางในการแก้ปัญหาดินเสื่อมสภาพได้ในอนาคต

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อหาผลของผงกากกาแฟนาโนต่ออัตราการเติบโตของผักบุ้งจีนในดินเสื่อมสภาพ
2. เพื่อหาเงื่อนไขดีที่สุดของปริมาณการเติมผงกากกาแฟนาโนต่ออัตราการเติบโตของผักบุ้งจีน

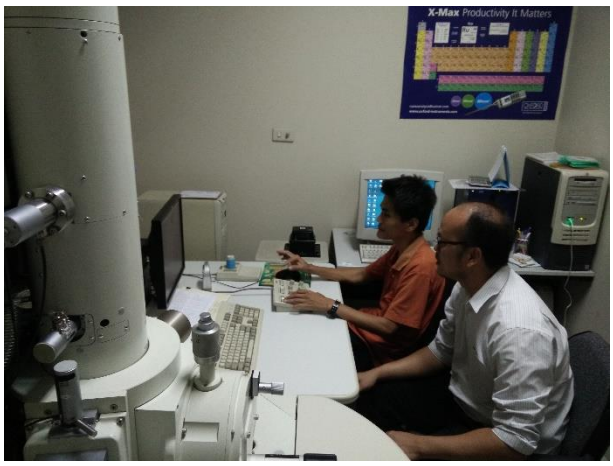
วิธีดำเนินการวิจัย

การเตรียมผงนาโนจากกากกาแฟ

นำผงกากกาแฟมาบดด้วยวิธีการบดพิเศษด้วยเครื่องบดแบบสั่นความเร็วสูง เป็นเวลา 0-4 ชั่วโมง แล้วนำไปหาลักษณะเฉพาะด้วยกล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนแบบส่องกราด

การตรวจสอบสัณฐานวิทยา

สัณฐานวิทยาของตัวอย่างจะทำการวิเคราะห์ด้วยกล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนแบบส่องกราด (Scanning electron microscopy (SEM)) รุ่น JSM 840A



รูปที่ 1 กล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนแบบส่องกราด

การเตรียมดิน

ดินเสื่อมโทรมในการทดลองนี้ใช้ดินแข็งซึ่งเป็นดินที่ไม่มีชีวิตจากการไม่มีสิ่งมีชีวิตใด ๆ อาศัยอยู่ นำมาทุบให้ละเอียด แล้วนำไปผสมกับผงนาโนกากกาแฟในสัดส่วน 100:0 90:10 80:20 70:30 60:40 และ 50:50 ร้อยละโดยน้ำหนัก ตามลำดับ

ขั้นเตรียมเมล็ดพันธุ์ต้นผักบุ้งจีน

เตรียมเมล็ดพันธุ์ต้นผักบุ้งจีน ดังรูปที่ 2



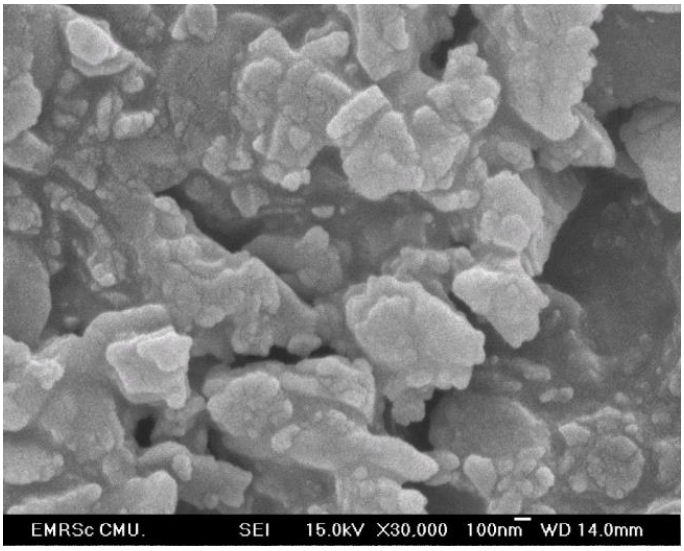
รูปที่ 2 การเตรียมเมล็ดพันธุ์ต้นผักบุ้งจีน

การปลูกต้นผักบุ้งและเก็บข้อมูล

1. เตรียมดินผสมในแต่ละเงื่อนไขลงในกระถาง ทั้งหมด 6 กระถางในปริมาณเท่ากัน
2. หยอดเม็ดผักบุ้งจีนกระถางละ 5 เมล็ด โดยเว้นระยะการหยอดของแต่ละเมล็ดเท่า ๆ กัน
3. ทำการรดน้ำในปริมาณเท่ากันทุกกระถาง เช้า-เย็น
4. วัดความสูง วัดความยาวของใบ และนับจำนวนใบของผักบุ้งจีนทุกต้นในแต่ละกระถาง แล้วหาค่าเฉลี่ย ทุก 7 วัน เป็นเวลา 21 วัน

ผลการวิจัยและอภิปรายผล

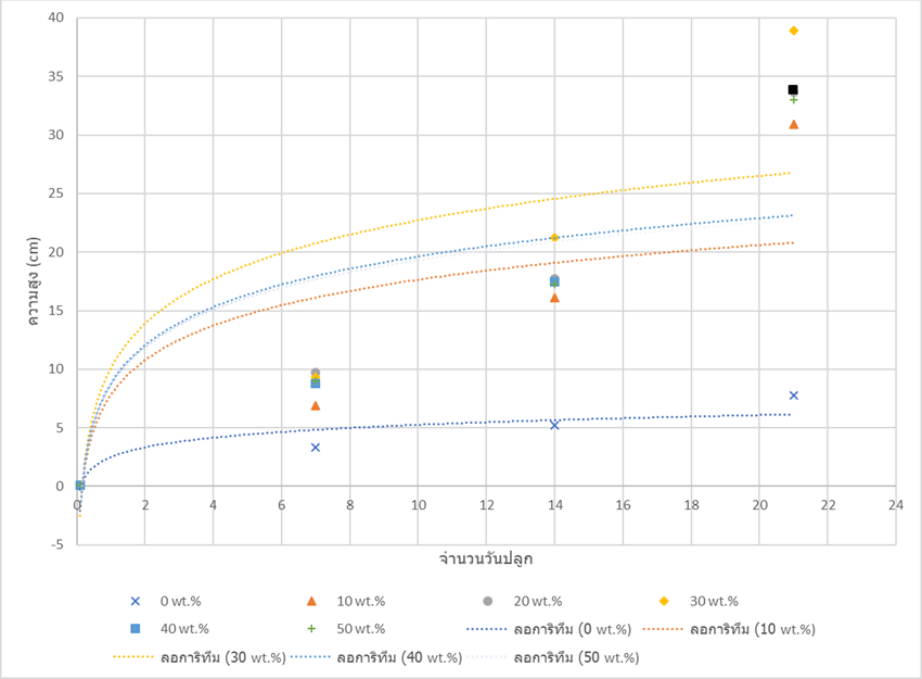
จากผลการบดกากกาแฟด้วยเครื่องบดแบบสั่นความเร็วสูง เป็นเวลา 0- ชั่วโมง 4พบว่าได้ผงนาโนของกากกาแฟหลังบดเป็นเวลา ชั่วโมง 2 ตามรูปสัณฐานวิทยาที่ถ่ายด้วยกล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนแบบส่องผ่าน (Scanning electron microscopy (SEM)) ด้วยกำลังขยาย x30000 ดังรูปที่ 3



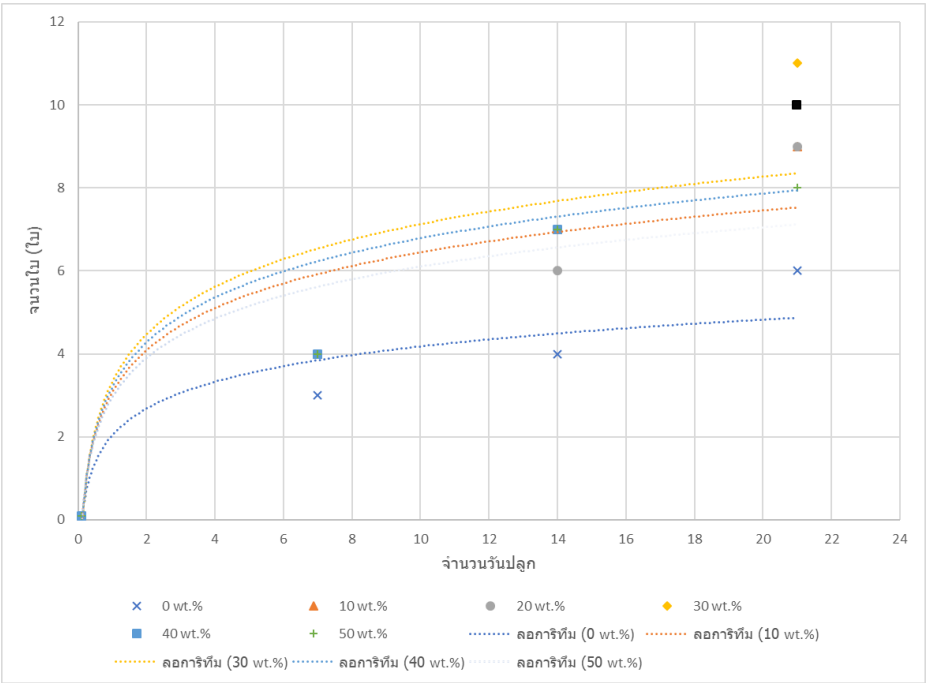
รูปที่ 3 สัณฐานวิทยาของผงกากกาแฟหลังบดด้วยเครื่องบดแบบสั่นความเร็วสูง เป็นเวลา ชั่วโมง 2 ที่ถ่ายจากกล้องจุลทรรศน์อิเล็กตรอนแบบส่องกราด (SEM)

ภาพถ่ายสัณฐานวิทยาของผงนาโนกากกาแฟด้วยกล้องอิเล็กตรอนแบบส่องกราด เห็นได้ว่าอนุภาคแต่ละอนุภาคในผงจับตัวกันเป็นก้อน โดยเป็นธรรมชาติของผงนาโนของสารประกอบออกไซด์เมื่ออยู่ในอากาศ เนื่องจากอนุภาคหรือผลึกที่มีขนาดเล็กมาก ๆ จะมีแรง Van der Waal รวมของระบบสูงขึ้น และมีผลมากกว่าแรงชนิดอื่น ๆ ที่มากระทำต่ออนุภาคเหล่านี้ เมื่อแรง Van der Waal รวมของระบบมีขนาดเพิ่มขึ้น อนุภาคแต่ละอนุภาคจึงถูกดึงดูดเข้าใกล้กันและกันมากขึ้น กระบวนการนี้เรียกว่า การรวมกันเป็นกลุ่มก้อน (aggregation) แต่จากรูป SEM เห็นได้อย่างชัดเจนว่าขนาดของเกรนเดี่ยวทุกเกรนมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเล็กกว่า 100 นาโนเมตร

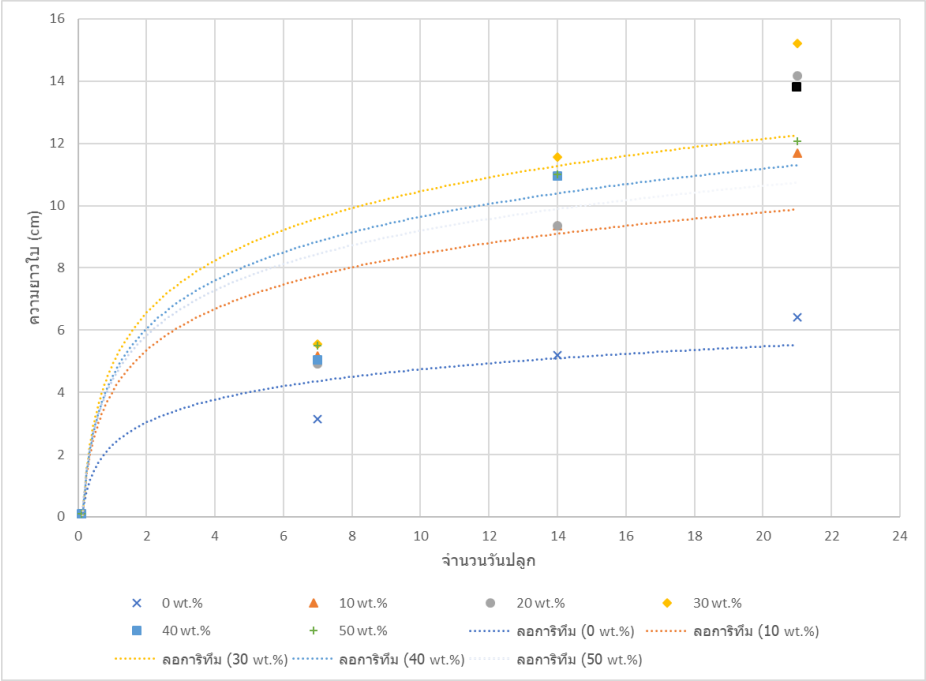
Journal of Earth Science, Astronomy and Space
Vol. 6 No. 1 ISSN 2673-0480 (Online)



รูปที่ 4 แนวโน้มความสูงของผักบุ้งจีนตามวันที่ปลูกของแต่ละเงื่อนไขของการเติมผงนาโน



รูปที่ 5 แนวโน้มจำนวนใบของผักบุ้งจีนตามวันที่ปลูกของแต่ละเงื่อนไขของการเติมผงนาโน



รูปที่ 6 แนวโน้มความยาวใบของผักบุ้งจีนตามวันที่ปลูกของแต่ละเงื่อนไขของการเติมผงนาโน

จากรูปที่ 4-6 แนวโน้มของการเจริญเติบโตของผักบุ้งจีนจากความสูง จำนวนใบและความยาวใบตามวันที่ปลูกขึ้นอยู่กับปริมาณการเติมผงนาโน โดยเมื่อเทียบกับการไม่เติม (0 wt.%) แล้ว มีแนวโน้มเหมือนกัน คือ การเติมผงนาโนทำให้ความสูง จำนวนใบและความยาวใบของผักบุ้งจีนเพิ่มขึ้นเมื่อเติมในปริมาณ 10-30 wt.% จากนั้นลดลงเมื่อเติมในปริมาณ 40-50 wt.% ดังเห็นได้ชัดเจนในรูปที่ 7-8



รูปที่ 7 การเปรียบเทียบการเจริญเติบโตของผักบุ้งจีนหลังปลูก 7 วัน



รูปที่ 8 การเปรียบเทียบการเจริญเติบโตของผักบุ้งจีนหลังปลูก 21 วัน

โดยพื้นฐานความรู้ของวิทยาศาสตร์ที่ว่าเมื่อวัสดุมีขนาดเล็กลงจะมีพื้นที่ผิวเพิ่มขึ้น ดังนั้นวัสดุนาโนจึงมีพื้นที่ผิวต่อปริมาตรเพิ่มสูงขึ้นอย่างมหาศาล การเติมผงกากกาแฟนาโนลงในดินเสื่อมสภาพจึงทำให้พื้นที่ผิวในดินเพิ่มขึ้น ปริมาณน้ำและอากาศในดินจึงเพิ่มขึ้นทำให้สิ่งมีชีวิตต่าง ๆ เข้าไปอาศัยในดินได้เพิ่มขึ้น โอกาสที่จุลินทรีย์จะเปลี่ยนแก๊สไนโตรเจนให้เป็นธาตุไนโตรเจนที่รากของผักบุ้งจีนดูดไปใช้ในการเติบโตได้ก็เพิ่มขึ้น และรากของผักบุ้งจีนสามารถงอกในดินได้ง่ายขึ้น จึงเจริญเติบโตได้เร็วกว่าเมื่อเทียบกับการปลูกในดินที่ไม่ได้ผสมผงกากกาแฟนาโน แต่เมื่อใส่มากเกินกว่า 30 wt.% ผงกากกาแฟนาโนอาจจะไปอุดรูพรุนภายในดิน ทำให้ความพรุนของดินลดลง ปริมาณน้ำและอากาศในดินจึงลดลง ทำให้อัตราการเติบโตของผักบุ้งจีนลดลง

สรุปผลการวิจัย

1. กากกาแฟนาโนมีผลต่ออัตราการเจริญเติบโตของต้นผักบุ้งจีนในดินเสื่อมสภาพ โดยขึ้นอยู่กับปริมาณการใส่กากกาแฟนาโน
2. การใส่กากกาแฟนาโนในปริมาณ 30 ร้อยละโดยน้ำหนัก เป็นเงื่อนไขที่ทำให้อัตราการเจริญเติบโตของต้นผักบุ้งจีนดีที่สุด

กิตติกรรมประกาศ

งานวิจัยนี้ได้รับการสนับสนุนจากคณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี สถาบันวิจัยและพัฒนา มหาวิทยาลัยราชภัฏเชียงใหม่ ผู้วิจัยขอแสดงความขอบคุณมา ณ โอกาสนี้ด้วย

เอกสารอ้างอิง

Khot, L. R., Sankaran, S., Maja, J. M., Ehsani, R. and Schuster, E. W. (2012). Applications of nanomaterials in agricultural production and crop protection: A review. *Crop Protection*, *35*: 64-70.

Pandey, G. (2018). Challenges and future prospects of agri-nanotechnology for sustainable agriculture in India. *Environmental Technology & Innovation*, *11*: 299-307.

Verma, S. K., Das, A. K., Patel, M. K., Shah, A., Kumar, V. and Gantait, S. (2018). Engineered nanomaterial for plant growth and development: A perspective analysis. *Science of the Total Environment*, *630*: 1413–1435.

Wu, X., Wang, W. and Zhu, L. (2018). Enhanced organic contaminants accumulation in crops: Mechanisms, interactions with engineered nanomaterials in soil. *Environmental Pollution, 240:* 51-59.

Jillavenkatesa, A. and Kelly, J. F. (2002). Nanopowder characterization: challenges and future directions. *Journal of Nanoparticle Research*, *4*: 463-468.

Ruksudjarit, A., Pengpat, K., Rujijangul, G. and Tunkasri, T. (2008). Synthesis and characterization of nanocrystalline hydroxyapatite from natural bovine bone*. Current applied physics*, *8*(3-4): 270-272.

สมาคมดาราศาสตร์และวิทยาศาสตร์อวกาศเพื่อการศึกษา
Astronomy and Space Science Society for Education; ATSSE

ที่ตั้ง: คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยราชภัฏเพชรบุรี
เลขที่ 38 หมู่ 8 ตำบลนาวุ้ง อำเภอเมือง จังหวัดเพชรบุรี 76000

บทความวิจัย

- การหาค่าสัมประสิทธิ์การลดลงของแสงดาวเนื่องจากชั้นบรรยากาศโลก ณ หอดูดาวเฉลิมพระเกียรติ 7 รอบพระชนมพรรษา นครราชสีมา
  พศุตม์ สังฆพัฒน์ อาทิตยา จิตรเจริญ ธนวัฒน์ รังสูงเนิน สมานชาญ จันทร์เอี่ยม และ บุญญฤทธิ์ ชุนหกิจ
- การศึกษาขนาดของดวงจันทร์จากปรากฏการณ์สุริยุปราคา
  รอมฎอน เหร่าหมัด ซีรีน ดาเก็ง มูฮำหมัด กูเต๊ะ ซูไฮมี สาแม และ ไชนะ มูเล็ง
- การคำนวณหาความเร็วเชิงมุม การกระจัดเชิงมุม และแรงตึงเส้นเชือกที่เป็นฟังก์ชันของเวลาสำหรับอนุภาคเคลื่อนที่แบบลูกตุ้มนาฬิกาภายใต้แรงต้านอากาศและแรงภายนอกโคไซน์ที่เป็นฟังก์ชันของเวลา
  เอมอร วันเอก และ อาทิตย์ หู้เต็ม
- การคำนวณความเร็วและการกระจัดที่เป็นฟังก์ชันของเวลาของวัตถุที่เคลื่อนที่แนวดิ่งภายใต้สนามความโน้มถ่วงของโลก
  อาทิตย์ หู้เต็ม ศานิตย์ สุวรรณวงศ์ และ เอมอร วันเอก
- อายุและระยะทางของกระจุกดาวเปิด NGC 2323
  รุ่งสว่าง ประคำทอง นันธิชา โตไพโรจน์ ศิริพรรณ ศรัทธาผล และ วริษา ปานเจริญ
- การศึกษาคุณสมบัติทางกายภาพของกระจุกดาวเปิด M48
  วราภรณ์ เดือนสวัสดิ์ อาภัสรา จงเจริญ สรวิศิษฏ์ รักพาณิชย์ และ นิรุธ ล้ำเลิศ
- การศึกษาสมบัติทางกายภาพของระบบดาวคู่ V523 Pegasi
  สุภัทร สายรัตนอินทร์ ตอริก เฮ็งปิยา และ วิระภรณ์ ไหมทอง
- สภาพการนำความร้อนและความต้านทานความร้อนของวัสดุฉนวนจากใบพลวงและเปลือกข้าวโพด
  วิภา เก่งกาจ ปริยาพร กองคำ และกฤษฎา บุญชม
- ผลของผงกากกาแฟนาโนต่อการเจริญเติบโตของผักบุ้งจีนในดินเสื่อมสภาพ
  อนิรุทธิ์ รักสุจริต และ อรทัย คำสร้อย

http://www.atsse.org/